

A TERMÉSZETRŐL TIZENÉVESEKNEK



# FIZIKA

*Mozgások  
Energiaaváltozások* 9



MOZAIK KIADÓ – SZEGED, 2013

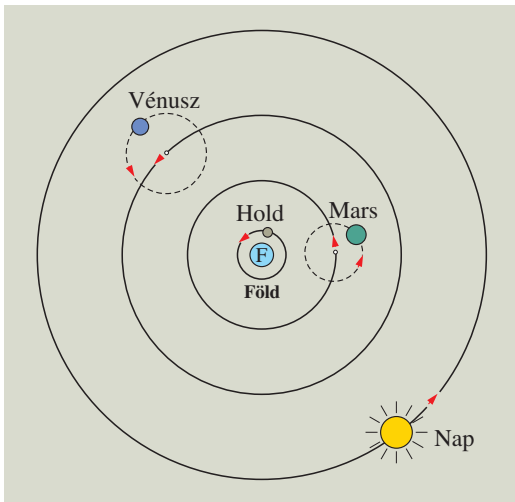
## 4. A bolygók mozgása

Már az ősi pásztornépek is figyelték az égbolt jelenségeit, változásait. Élénk képzelettel megismerésítették a csillagképeket, és igyekeztek magyarázatot találni azok elhelyezkedésének megváltozására. Ezekben sok volt a meseszerű elem.

A hajózás fejlődése tájékozódási pontokat igényelt a parttól távoli utak alatt is. A csak fantáziára épülő elképzeléseket olyan világgépek megfogalmazása követte, amellyel valóságosnak gondolt magyarázatokat lehetett adni az égitestek mozgására.

Az első, később az egyház által is elfogadott és sokáig védett világgép **Klaudiosz Ptolemaiosz** [ptolemásjosz] (85?–165?) nevéhez kapcsolódik. Az ő alap gondolata az volt, hogy a világmindenség középpontjában a Föld áll, és körülötte kering az összes égitest, amelyeket a különböző távolságra levő kristályszférák hordoznak. Egy másik lényeges eleme ennek a világgépnek az, hogy a földi életre a keletkezés, változás és az elmúlás, az égi világra viszont a változatlan öröklét a jellemző.

A Föld központi szerepe miatt ezeket a ptolemaioszi gondolatokat **geocentrikus világgépnek\*** nevezzük. Ez a leíró jellegű világgép az okokra meg sem kísérel magyarázatot adni.



48.1. A geocentrikus elképzelés szerint a Hold és a Nap egyszerű körmozgást végez a Föld körül, a bolygók mozgása összetettebb

Az 1500 évig igaznak hitt geocentrikus világgépről – a mérés technika fejlődésével – kiderült, hogy hibás, mert alapfeltevése téves. A Föld ugyanis nem a világ közepe, hanem „csak” egy bolygó a sok közül.



48.2. Nikolausz Kopernikusz lengyel csillagász

A fejlődés következő állomása a **heliocentrikus** (Nap középpontú) **világgép\*** volt, amelynek megfogalmazása a lengyel **Nikolaus Kopernikusz** (1473–1543) nevéhez kapcsolódik.

Kopernikusz elképzelése szerint:

- A Nap foglalja el a központi helyet a világban, és körülötte körpályán keringenek a bolygók.
- Az állócsillagok mozdulatlanok, napi mozgásuk látszólagos, és csak a Föld forgásának következménye.

A heliocentrikus világgépet és annak hirdetőit kemény támadások érték (pl. Galilei inkvizíciós pere). Ennek oka a látszat (felkel a Nap), a megszokás és főként az volt, hogy ez az elképzelés megszüntette az éles különbséget a földi és az égi jelenségek között.

A fejlődés következő átmeneti elemét a dán **Tycho de Brahe** [tüko bráe] (1546–1601) gondolatai adták. Az 1572-ben általa észlelt nóva (mint új állócsillag), illetve az 1576-ban megfigyelt üstökös meggyőzték őt arról, hogy nem csak a földi világ változik. Mivel az üstökös pályája keresztezte a bolygók pályáját, rájött arra, hogy nem létezhetnek az égitesteket hordozó kristályszférák.

Tycho de Brahe igen jó megfigyelő és pontosan (2 szögperc hibával) mérő csillagász volt, ezért észrevette, hogy egyre több adat cáfolja a geocentrikus gondolati rendszert és azon belül a ptolemaioszi világméretet. Megalkotott egy kompromisszumos világméretet, amelyben meghagyta a Föld központi helyét. Így ez a rendszer lényegében a ptolemaioszinak egy változata volt. Ezzel elhárította azokat a támadásokat, amelyek a nyugalomban levőnek gondolt Föld „tapasztalata” és az egyházi tanítások alapján érthették volna. Mérési eredményei alapján viszont úgy gondolta, az összes bolygó a Nap körül kering, és a Nap ezekkel együtt kering a Föld körül.

**Giordano Bruno** [dzsordánó brúnó] (1548–1600) olasz filozófus nem fogadta el a Nap „világközpont” szerepét. Felismerte, hogy számtalan, a Naphoz hasonló csillag van, amelyek körül bolygók keringhetnek. Nézetéért az inkvizíció máglyahalálra ítélte, és Rómában megégezte.

A heliocentrikus világméret leírását – Tycho de Brahe mérési eredményeinek felhasználásával – **Johannes** [johannesz] **Kepler** (1571–1630) német csillagász három törvénybe foglalva fejlesztette tovább.

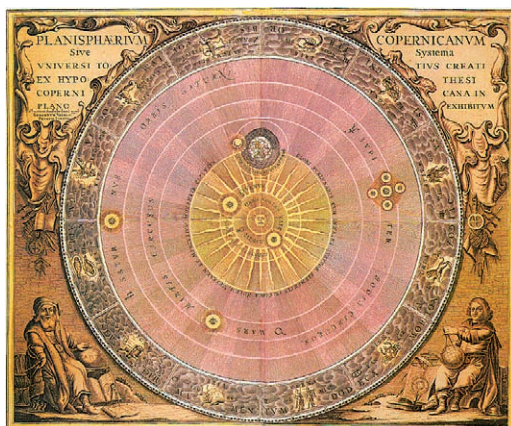
**Kepler I. törvénye:** A bolygók olyan ellipszispályákon keringenek, amelyek egyik gyújtópontja a Nap középpontjában van.

**Kepler II. törvénye:** A bolygók vezérsugara (a bolygó és a Nap közötti szakasz) egyenlő idők alatt egyenlő területeket „súrol”. Ez azt jelenti, hogy a bolygók napközben gyorsabban mozognak, mint a Naptól távolabb.

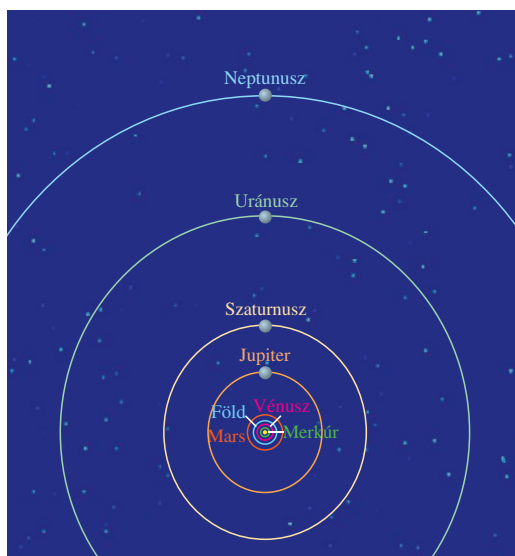
**Kepler III. törvénye:** A bolygók keringési időinek négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint az ellipszispályáik félnagy tengelyének köbei:

$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3.$$

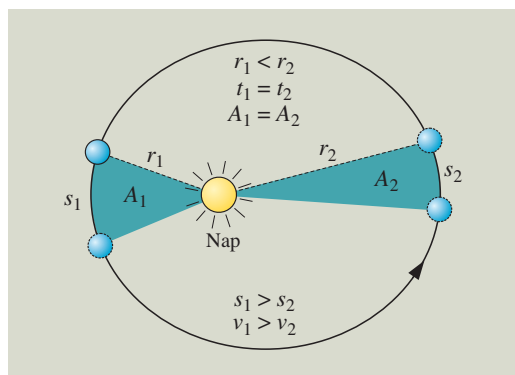
Kepler azt írta le három törvényével, hogyan mozognak a bolygók. Arra, hogy miért így mozognak, **Isaac Newton** [ájszek nyúton] (1643–1727) angol fizikus adott magyarázatot. Kijelentette, hogy a bolygók és a Nap között vonzóhatás van, és ennek az erőhatásnak az iránya mindig a bolygót és a Napot összekötő egyenesbe esik. Kimutatta, hogy az égitestek, pl. a Hold és a Föld közötti vonzás is gravitációs jelenség, úgy mint a Föld és a közelében levő testek közötti vonzás.



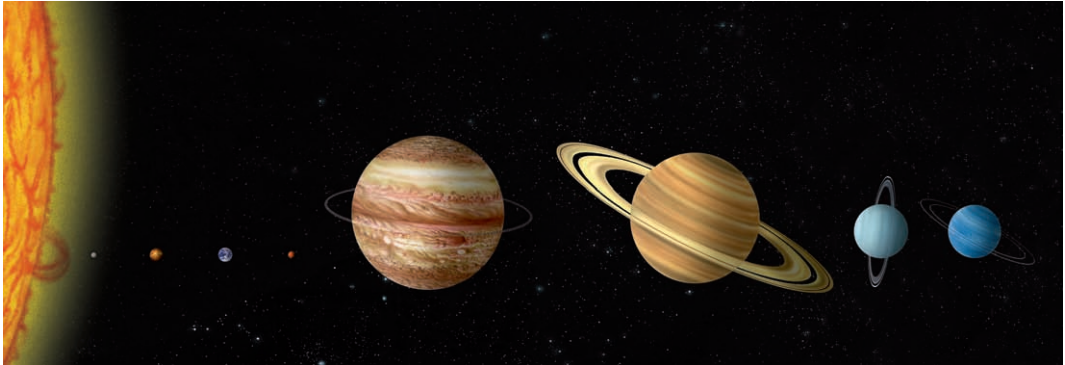
49.1. Mi fejezi ki ezen a képen a kopernikuszi világméretet?



49.2. A bolygók mozgása a Nap körül



49.3. A bolygók napközben gyorsabban, távolabb lassabban mozognak



	Föld típusú bolygók				Jupiter típusú óriásbolygók			
1.	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturmusz	Uránusz	Neptunusz
2.	0,39	0,72	1	1,52	5,2	9,54	19,22	30,11
3.	0,24	0,62	1	1,88	11,86	29,46	84,01	161,70

1: a bolygó neve; 2: a bolygó távolsága a Naptól, Nap–Föld-távolságban; 3: a bolygó keringési ideje földi évben

50.1. A bolygók és a Nap méretarányai, valamint a bolygók összehasonlító adatai

**A MESTERSÉGES ÉGITESTEK**

Az emberi tudás lehetővé tette, hogy a 20. század ötvenes éveiben mesterséges égitesteket juttassanak a Föld köré, a Nap köré, majd a Naprendszeren kívülre. Az ember eljutott a Holdra is.

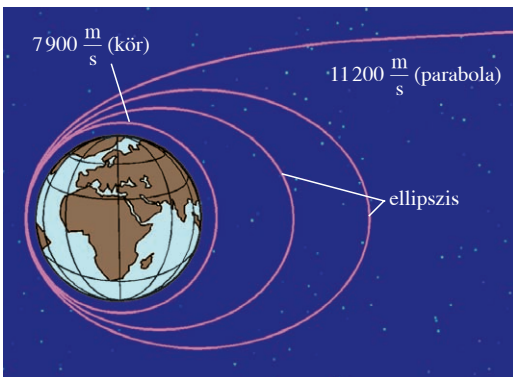
A mesterséges égitestek pályája és mozgása attól függ, hogy milyen magasra juttatták fel, és itt milyen irányú és nagyságú sebességgel indították el az égitest mozgását.

Ezek megválasztásával elérhető, hogy a felöltött űrhajó:

- mesterséges holdként (műholdként) keringjen a Föld körül,

- mesterséges bolygóként a Nap körüli pályán mozogjon, vagy
- csillagközi szondaként elhagyja Naprendszerünket.

Úgy is Föld körüli pályára lehet juttatni a műholdat, hogy a Földnek mindig egy meghatározott pontja felett legyen, vagyis együtt forogjon a Földdel. Az ilyen műholdaknak a hírközlésben van szerepük, mert a földi tv-, rádió- és telefonadókból érkező elektromágneses hullámokat felfogják, felerősítik, majd visszaküldik a Föld általuk „látott” részére. Ilyen műhold pl. az Astra, az Eutelsat, a Hot Bird stb.



50.2. A mesterséges égitest pályája a fellövés magasságától, a pálya menti sebesség nagyságától és irányától függ



50.3. A Föld körül keringő Hubble-űrteleszkóp háttérben a Földdel

A GPS (helymeghatározó rendszer) működéséhez is műholdakra van szükség. Ahhoz, hogy a Földön egy időben mindenhol lehessen alkalmazni a rendszert, 24–30 műhold kell. Egy test

helyének meghatározásához ugyanis legalább 3, de a pontosság növelése érdekében 4 olyan műholdra van szükség, amelyek egyszerre „látja” a keresett testet.



## MEGJEGYZÉSEK

1. A *geo* – görög eredetű előtag a Földdel kapcsolatos fogalmakban.

A *helio* – görög eredetű előtag a Nappal kapcsolatos fogalmakban.

A *centrum* – latin szó, jelentése: közép, középpont.

Az *inquisitio* – latin szó, jelentése: kutatás, (bírószági) vizsgálat. A középkorban inkvizíciónak a katolikus egyház eretnekeket üldöző intézményét nevezték.

A *nóva* olyan új csillag, melynek fénye rövid idő alatt megnő, majd fényessége csökken.

2. Az égitestek különféle módon csoportosíthatók:

– A **csillag** olyan világító, forró gázgömb, amelyet anyagának gravitációs mezője tart össze. (A köznyelvben ettől eltérően minden olyan égitestet – a Hold kivételével – csillagnak neveznek, ami éjjel világít. A meteorokat is hullócsillagnak mondják.)

– A **bolygók** azok az önmaguktól nem világító égitestek, amelyek valamelyik csillag körül keringenek, és annak fényét verik vissza.

– A **hold**, másként mellékbolygó, olyan égitest amely egy bolygó körül kering, és kíséri azt.

A Nap tehát csillag, a Föld egy bolygó, a Hold pedig mellékbolygó, vagyis hold.

3. Kepler III. törvényét különböző könyvek eltérő fogalmazással írják le. Van, ahol a „nagytegyelének” köbével, máshol a „félnagytegyelének” köbével, előfordul, hogy a „Naptól mért középtávolságának” köbével olvasható. A különböző megfogalmazások között nincs érdemi eltérés!

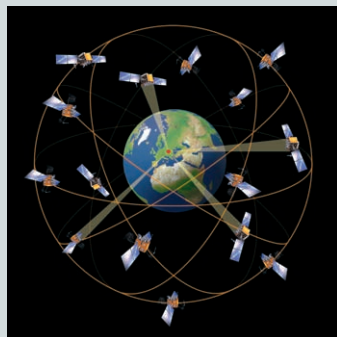


Johannes Kepler (1571–1630)

4. A mesterséges és a természetes égitestek mozgását ugyanazon – egyetemes – szabályok és törvények határozzák meg.

5. A GPS (**G**lobal **P**ositioning **S**ystem, Globális Helymeghatározó Rendszer) lényege a műholdas távolságmeghatározás. Ha ismerjük ugyanis néhány műhold helyét, azoktól mért pontos távolságunkat, saját helyünket is megállapíthatjuk.

Egy műholdtól való távolságunk ismerete alapján ugyanis azt tudjuk, hogy e műhold körüli milyen sugarú **gömbfelszínen** vagyunk. Egy másik műholdtól mért távolságunk ismerete megad egy másik gömbfelszínt, amelynek ugyancsak valamelyik pontjában vagyunk. E két távolság alapján kiszámítható a két műhold körüli, ismert sugarú, gömbfelszínnek **kör** alakú metszésvonala, amelynek valamelyik pontjában vagyunk. A harmadik műholdtól mért távolság ismerete egy olyan gömbfelszínt határoz meg, amellyel két pontra szűkíthetjük a lehetséges tartózkodási helyünket. Ez a két pont az előző körnek és ennek a gömbfelületnek a **két metszéspontja**.



E két lehetséges pont közül a tényleges tartózkodási helyünket többféle módon is ki lehet választani. Például:

- Általában e két pont közül az egyik a földfelszíntől – tartózkodásunk szempontjából – legtöbbször valószerűtlenül távol van.
- Egy negyedik műhold tőlünk mért távolságának meghatározásával megismerhetünk egy újabb olyan gömbfelszínt, amelyen mi rajta vagyunk, de az előző két pont közül csak egy, a valódi tartózkodási helyünk van rajta.

A távolságok meghatározását visszavezetik időmérésre ( $s = v \cdot t$ ). Ismerve a rádióhullámok nagyon nagy terjedési sebességét, belátható, hogy kb. 0,000 000 001 másodperc pontosságú időmérésre van szükség. Ezért a rendszer minden műholdján „atomóra” működik. (Az atomóra és a mérés technikai részleteit csak a 11. évfolyamon ismerhetjük meg.)

## GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. A világképek megfogalmazói anélkül, hogy ismerték volna a vonatkozási rendszer fogalmát, valamihez viszonyították az égitestek mozgását. Mi volt a vonatkoztatási rendszere Ptolemaiosznak és Kopernikusznek?
2. Milyen elven működik az űrhajókat pályára juttató rakéta? Miért működik a világűrben is, ahol nincs levegő? Hogyan változtatják meg a rakéta haladási irányát?
3. Miért mozog az űrállomás azt követően is, hogy leállították a rakétáit? Miért marad tartósan Föld körüli pályán az űrállomás?



## FELADATOK

1. A Föld és a Nap átlagos távolsága  $1,5 \cdot 10^8$  km. A Mars keringési ideje 1,881 év. Mennyi a Mars átlagos távolsága a Naptól?
2. A Merkúr átlagos távolsága a Naptól  $5,785 \cdot 10^7$  km. Mennyi idő alatt kerüli meg a Merkúr a Napot?
3. Milyen sebességgel mozog a Föld a Naphoz viszonyítva? Nyomozz a válaszok után!
4. Gyűjtsön mindenki híreket, ismereteket az űrkitatásról, és egy kiselőadás meghallgatása után egészítsük ki azt, alakítsuk ki véleményünket a témáról!
  - Mik voltak az űrkitatás legfontosabb „lépcsői”?
  - Milyen elméleti és műszaki fejlesztések alapozták meg az űrbejutás lehetőségét?
  - Milyen tudományos és gyakorlati eredményeket hozott az űrkitatás?
  - Milyen emberi és anyagi áldozatokkal járt eddig?
  - Mit lehet magyar eredményként elkönyvelni?
  - Hogyan ítéljük meg az űrkitatás jövőjét?

## 5. Kidolgozott feladatok

1. A 22.1. ábra stroboszkópos felvétele 0,1 s időközönként rögzíti egy nehezzel vontatott, zászlós kiskocsi helyzetét. Elemezzük a mozgást, amiről a felvétel készült!

### MEGOLDÁS:

A képen egy rögzített méterrúd is látható, melynek hossza itt 53 mm. A valóságos méretek a képen mérhetőkhöz képest  $n = \frac{1000 \text{ mm}}{53 \text{ mm}} = 18,87$ -szer lesznek tehát nagyobbak.

Mérjük meg és foglaljuk táblázatba a kocsi egymás utáni 0,1 s időközönként megtett útjait! (Legpontosabban a zászlórudakon mérhetünk. A tizedmillimétereket becsüljük.)

0,1 s időközök	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Út a képen (mm)	1,2	3,5	6,0	8,3	9,5	9,5	9,5	8,7
Út a valóságban (cm)	2,3	6,6	11,3	15,7	17,9	17,9	17,9	16,4

Látható, hogy az első négy időközben (amíg a kocsit húzó nehezzel akadályba nem ütközött) gyorsult a kocsi, hiszen egyenlő időközönként egyre nagyobb utakat tett meg. Ezután három időközben egyenletesen mozgott, a nyolcadik végén már valószínűleg akadályba ütközött.

Készítsünk táblázatot, majd ábrázoljuk a kocsi útját az indulástól eltelt idő függvényében a 7. időköz végéig!

$t$ (s)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$s$ (cm)	2,3	8,9	20,2	35,9	53,8	71,7	89,6	106,0

Az első négy időközben egyenletesen gyorsuló mozgást sejtünk. Ellenőrizzük, hogy az út arányos-e az idő négyzetével!

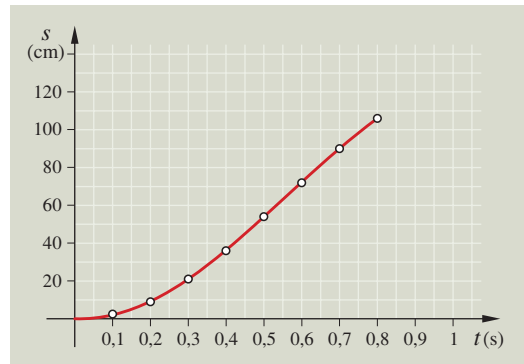
Az  $\frac{s}{t^2}$  hányadosok:

$$\frac{2,3 \text{ cm}}{0,01 \text{ s}^2} = 230 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2};$$

$$\frac{8,9 \text{ cm}}{0,04 \text{ s}^2} = 223 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2};$$

$$\frac{20,2 \text{ cm}}{0,09 \text{ s}^2} = 224 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2};$$

$$\frac{35,9 \text{ cm}}{0,16 \text{ s}^2} = 224 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$



A kezdeti kis távolságokat csak viszonylag nagy hibával tudtuk leolvasni, a későbbi értékek relatív hibája kisebb. Így a hányadost állandónak tekinthetjük, melynek értéke:

$$\frac{s}{t^2} = 224 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

A mozgás egyenletesen gyorsuló, a számított hányados a négyzetes úttörvény szerint megegyezik a gyorsulás felével:

$$\frac{a}{2} = 224 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}, \quad \text{amiből a gyorsulás: } a = 448 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

A végsebesség kétféleképpen is kiszámítható.

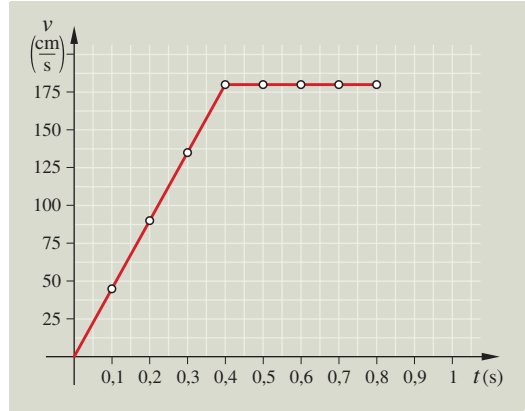
A gyorsuló mozgásból:

$$v = a \cdot t = 448 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot 0,4 \text{ s} = 179 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A gyorsító hatás megszűnte utáni egyenletes mozgásból:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{17,9 \text{ cm}}{0,1 \text{ s}} = 179 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

Ábrázoljuk a sebességet az idő függvényében a 7. időköz végéig!



2. Száraz betonúton, jó műszaki állapotú autóval (jó gumiabroncsok) a fékezési gyorsulás elérheti a  $-8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  értéket. Az akadály észlelése és a cselekvés közötti reakcióidő átlagosan 0,6 s. Milyen távolságú akadály esetén tudjuk elkerülni az ütközést, ha

- a) a lakott területeken belül még megengedett  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  sebességgel haladunk?
- b)  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  a sebességünk?

**MEGOLDÁS:**

a)  $t_1 = 0,6 \text{ s}$

$$a = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_{\text{akadály}} = ?$$

A reakcióidő alatt a kocsni még egyenletes mozgással halad. Ezalatt a megtett út:

$$s_1 = v_0 \cdot t_1 = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,6 \text{ s} = 8,34 \text{ m}.$$

Mivel a végsebesség  $v = 0$ , a lassítás ideje:

$$t_2 = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-v_0}{a} = \frac{-13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,7 \text{ s}.$$

A fékút:

$$s_2 = \frac{v + v_0}{2} \cdot t_2 = \frac{v_0}{2} \cdot t_2 = \frac{13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 1,7 \text{ s} = 11,82 \text{ m}.$$

A kikerülhető akadály minimális távolsága:

$$s_{\text{akadály}} = s_1 + s_2 = 8,34 \text{ m} + 11,82 \text{ m} = \mathbf{20,16 \text{ m} \approx 20 \text{ m}}.$$

Havas, jeges úton a csúszásmentes fékezésnél  $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  gyorsulással lehet számolni!



b) Ugyanúgy számolhatunk, mint az a) részben, csak az előbbinél 2-szer nagyobb kezdősebességgel.

De a numerikus számolás helyett most inkább arányos következtetéssel keressük a választ!

$$s_1 = v_0 \cdot t_1.$$

A reakcióidő változatlansága miatt a reakcióidő közben megtett út egyenesen arányos a kezdősebességgel. 2-szer nagyobb kezdősebességnél 2-szer lesz nagyobb az út is:

$$s_1 = 2 \cdot 8,34 \text{ m} = 16,68 \text{ m}.$$

A fékezés alatt megtett útra:

$$t_2 = \frac{-v_0}{a} \quad \text{és} \quad s_2 = \frac{v_0}{2} \cdot t_2.$$

Az elsőt a másodikba helyettesítve:

$$s_2 = \frac{-v_0^2}{2a}.$$

Eszerint ugyanolyan fékezési lassulásnál a fékút a kezdősebesség négyzetével arányos. 2-szer nagyobb kezdeti sebességnél tehát 4-szer nagyobb fékutat kapunk:

$$s_2 = 4 \cdot 11,82 \text{ m} = 47,28 \text{ m}.$$

A teljes út:

$$s_{\text{akadály}} = s_1 + s_2 = 16,68 \text{ m} + 47,28 \text{ m} = \mathbf{63,96 \text{ m} \approx 64 \text{ m}}.$$

Jegyezzük meg, hogy a sebesség nagysága **nagyon** befolyásolja a fékutat!

3. Egy autó az útja első részét  $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , a második részét  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  sebességgel tette meg.  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  lesz-e az egész útra vonatkozó átlagsebesség, ha az autó mindegyik sebességgel

a) ugyanakkora útszakaszon haladt?

b) ugyanannyi ideig haladt?

### MEGOLDÁS:

Oldjuk meg a feladatot általánosan!

a) Jelölések:

	Első szakaszra	Második szakaszra	Egész útra
Út	$s$	$s$	$2s$
Idő	$t_1$	$t_2$	$t$
Sebesség	$v_1$	$v_2$	$v_{\text{átl.}}$

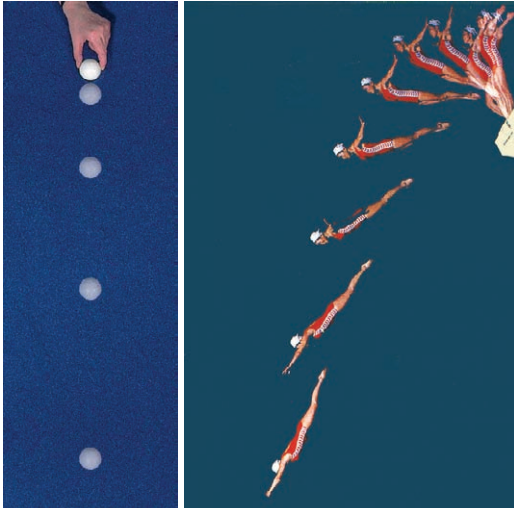
Összefüggések:

$$t_1 = \frac{s}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s}{v_2};$$

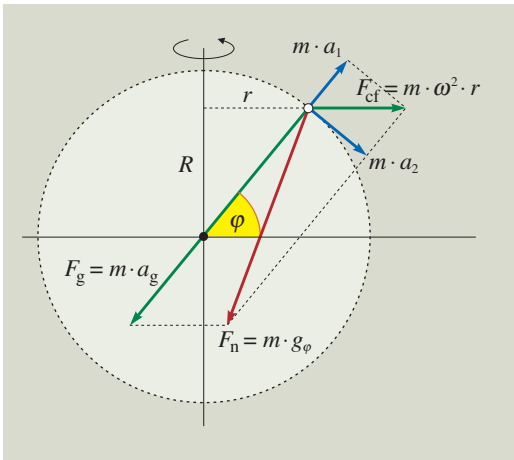
$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s \cdot v_2 + s \cdot v_1}{v_1 \cdot v_2} = \frac{s \cdot (v_2 + v_1)}{v_1 \cdot v_2};$$

$$v_{\text{átl.}} = \frac{2s}{t} = \frac{2s}{\frac{s \cdot (v_2 + v_1)}{v_1 \cdot v_2}} = \frac{2s \cdot v_1 \cdot v_2}{s \cdot (v_2 + v_1)} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_2 + v_1}.$$

### 10.3. A nehézségi erő és a gravitációs erőtörvény



106.1. A szabadon eső test a gravitációs mező hatására gyorsul



106.2. Az  $F_n$  nehézségi erő  $\vec{F}_g$  és  $\vec{F}_{cf}$  eredője

Tengerszint feletti magasság	$F_g$ Magyarországon, ha $m = 1 \text{ kg}$
0 km	9,810 N
10 km	9,779 N
50 km	9,655 N
100 km	9,500 N

106.3. A Föld környezetében a testet érő nehézségi erő függ a testek tengerszint feletti magasságától

Az elejtett testek, a toronyugró, a fáról lehulló alma gyorsulva esik a Föld felé. A függőlegesen feldobott kavics sebessége is folyamatosan változik, lassulva emelkedik, egy pillanatra megáll, majd növekvő sebességgel esik vissza a Föld felé. Erről a gyorsulásról eddig azt gondoltuk, hogy csak a gravitációs mező hatására jön létre és a Föld középpontja felé irányul. Ezért gravitációs gyorsulásnak neveztük, és  $g$ -vel jelöltük.

Megismerve a tehetetlenségi erőket, valamint figyelembe véve a Föld forgását, pontosítani kell a  $g$ -re vonatkozó ismereteinket.

A gravitációs erő iránya a Föld középpontja felé mutat. A Föld forgása miatt a szabadon eső testek azonban nem pontosan a Föld közepe felé esnek. Esés közben ugyanis a Föld kifordul a szabadon eső testek alól.

Ezt – a nyugvónak gondolt Földön – úgy szoktuk figyelembe venni, hogy feltételezzük egy olyan erő létezését is ( $F_{cf}$  centrifugális erő), amely a gravitációs erővel együtt gyorsítja a testeket a szabad-esés valódi irányában.

**A gravitációs és a centrifugális erő eredőjét nehézségi erőnek nevezzük.** Ha a  $g$  és az azt okozó erőhatások pontos fogalmára akarunk utalni, **nehézségi gyorsulásról\*** és **nehézségi erőről\*** beszélünk. A nehézségi erő, amelynek  $F_n$  a jele, a gravitációs mező vonzása és a Föld forgása miatt „jön létre”.

Az  $m$  tömegű testre ható  $F_n$  nehézségi erő a  $g$  nehézségi gyorsulás felhasználásával kiszámítható:

$$\vec{F}_n = m \cdot \vec{g}.$$

Mivel  $g$ -vel a szabadon eső testek gyorsulását jelöltük, ezt a jelölést a fogalom pontosítása után is megtartjuk.

Ez az összefüggés a **nehézségi erőtörvény\***.

**A Föld körüli gravitációs mező gyengül, ha távolodunk a Földtől.** Ezt az bizonyítja, hogy ugyanazt a testet távolabb kisebb gravitációs erőhatás éri, mint a földfelszínen.

**Az ugyanakkora tömegű testet érő nehézségi erő nagysága más lehet attól függően is,**

Az 1 kg tömegű testet érő nehézségi erő a tengerszinten	
Szélességi fok	$F_g$
0°	9,7805 N
20°	9,7865 N
40°	9,8018 N
50°	9,8108 N
70°	9,8261 N
90°	9,8322 N

**107.1.** A testet érő nehézségi erő függ a testek földrajzi helyétől

**hogyan a Föld felszínének melyik részén van a test.** Ennek egyik oka az, hogy a Föld lapultsága miatt az Északi-sark és a Déli-sark közelebb van a Föld középpontjához, mint az Egyenlítő pontjai. Egy másik ok az, hogy a testek különböző sugarú körpályán foroghatnak a földrajzi helytől függően, és így más lehet a centrifugális erő.

A gravitációs mező a tér különböző pontjaiban különböző erősségű lehet. Ezt egy mennyiséggel, a **gravitációs térerősséggel**\*\* ( $\vec{E}$ ) szokás jellemezni. A gravitációs térerősség azt mutatja meg, hogy mekkora gravitációs erőhatás éri az 1 kg tömegű (anyagi pontnak tekinthető) testet a tér egy adott pontjában.

A gravitációs térerősség a következő módon számítható ki:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_g}{m} = \frac{m \cdot \vec{g}}{m} = \vec{g}.$$

A gravitációs mezőt jellemző  $\vec{E}$  gravitációs térerősség vektormennyiség. A földi nehézségi erőterben érvényes (a térnek abban a részében, ahol a nehézségi erő érvényesül) és a centrifugális erőt is magába foglaló  $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$  erőtvény alapján belátható, hogy

$$\vec{E} = \vec{g}.$$

Az  $\vec{E}$  és a  $\vec{g}$  gravitációs mezőnek ugyanazt a képességét jellemzi, csak más megközelítésben. A két mennyiség azonosságát mutatja mértékegységük azonossága is:

$$\frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

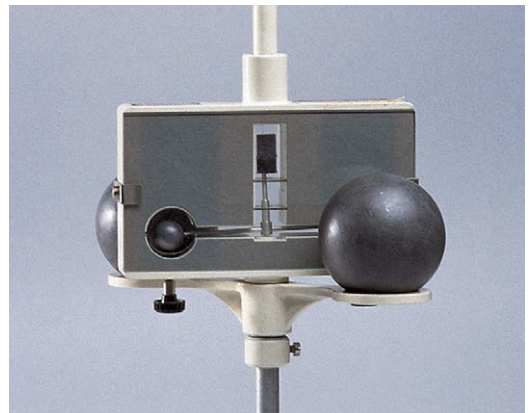
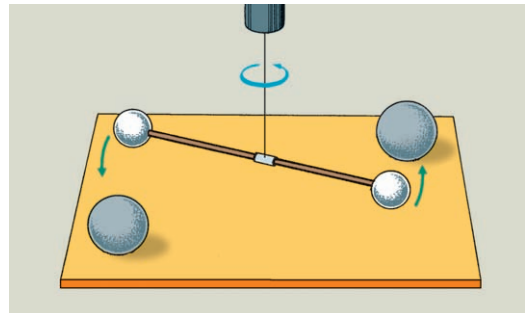
## A NEWTON-FÉLE GRAVITÁCIÓS ERŐTÖRVÉNY

Minden szabadon eső test – ugyanazon a helyen – ugyanakkora  $g$  gyorsulással mozog. Ez csak úgy lehet, ha a gravitációs mezőben (ugyanazon a helyen) ahányszor nagyobb az ott levő test tömege, annyszor nagyobb a testet érő gravitációs erőhatás, vagyis a tömeg egyenesen arányos a gravitációs erővel:  $F_g \sim m$ .

Ezért lehet a test tömegéből a testet érő gravitációs erő nagyságára és a test súlyára következtetni, a súlyából pedig a testet érő gravitációs erőt és a test tömegét kiszámítani.

Érzékeny műszerrel kimutatható, hogy nemcsak a Földnek, hanem minden testnek van gravitációs mezője, így **bármely két test között van gravitációs vonzás.**

A Cavendish-féle torziós (csavarási) ingával nagyon kicsi erőhatások is kimutathatók. A torziós inga fő alkatrésze egy rugalmas drótszál, amelynek egyik végét felerősítették, a másik végére pedig egy könnyű pálcát kötöttek. A pálcát két végén egy-egy golyót úgy helyeztek el, hogy azok egyensúlyban legyenek.



**107.2.** Cavendish-féle torziós inga

Ha a golyók közelében két nagy tömegű testet helyeznek el szimmetrikusan, akkor a rendszer elfordul a nagy tömegű testek felé. Kimutatható, hogy ilyen esetben a golyókat a gravitációs erőhatás forgatta el.

A Cavendish-féle torziós inga annál jobban elfordul, minél nagyobb az elfordító erőhatás. Változtatva a testek tömegét és a golyóktól való távolságát, meghatározható, hogy mitől függ a gravitációs erő nagysága.

**A két test között fellépő gravitációs erő nagysága egyenesen arányos a testek tömegével és fordítottan arányos a közöttük levő távolság négyzetével:**

$$F_g = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Ez az összefüggés az ún. **Newton-féle gravitációs erőtvény\***, amelyben az  $f$  **gravitációs állandó\***, az  $m_1$  és  $m_2$  a testek tömege,  $r$  a közöttük levő távolság. Mivel a gravitációs vonzás bármely két test között fellép, és a testek tömegével arányos, ezért ezt a megállapítást szokták **általános tömegvonzási törvénynek\*** is nevezni.

A **gravitációs állandó** értékét először *Henry Cavendish* (olvasd kevendis, 1731–1810) angol fizikus mérte meg:

$$f = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}.$$

A Newton-féle gravitációs erőtvény és a dinamika alaptörvényének alkalmazásával kiszámítható a Föld és a Nap tömege is.

**A Föld tömege.** A gömb alakúnak tekintett,  $M_F$  tömegű Földön, az Északi-sarkon ( $R = 6378$  km) ejtsünk el egy  $m$  tömegű testet. Itt a gravitációs erő megegyezik a nehézségi erővel, így alkalmazhat-

juk a Newton-féle gravitációs erőtvényt, amit összekapcsolhatunk Newton II. törvényével:

$$m \cdot a = m \cdot g = f \cdot \frac{m \cdot M_F}{R^2}.$$

Egyszerűsítéssel és átrendezéssel kifejezhetjük a Föld tömegét:

$$M_F = \frac{g \cdot R^2}{f}.$$

Az ismert adatokat behelyettesítve megkapjuk a Föld tömegét, ami kb.:

$$M_F \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

**A Nap tömege.** Tekintsük úgy, mintha a Föld egyenletes körmozgást végezne az  $M_N$  tömegű Nap körül, ami elég jó közelítéssel elfogadható egyszerűsítés. Csillagászati megfigyelések és mérések alapján tudjuk, hogy a Föld középtávolsága a Naptól kb.  $r = 150\,000\,000$  km, keringési ideje  $T = 1$  év, ami kb. 31,6 millió másodperc. Írjuk fel Newton II. törvényét és a Newton-féle gravitációs erőtvényt úgy, hogy a gyorsulás most centripetális gyorsulás:

$$a = r \cdot \omega^2 = \frac{r \cdot 4 \cdot \pi^2}{T^2},$$

$$M_F \cdot a = f \cdot \frac{M_F \cdot M_N}{r^2},$$

$$M_F \cdot \frac{r \cdot 4 \cdot \pi^2}{T^2} = f \cdot \frac{M_F \cdot M_N}{r^2}.$$

Egyszerűsítve a Föld tömegével, majd a Nap tömegét kifejezve, és behelyettesítve az ismert adatokat, azt kapjuk, hogy:

$$M_N = \frac{r^3 \cdot 4 \cdot \pi^2}{f \cdot T^2} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}.$$

A Nap tömege tehát a Föld tömegének kb. 300 000-szerese.



## OLVASMÁNY

### Eötvös Loránd (1848–1919)

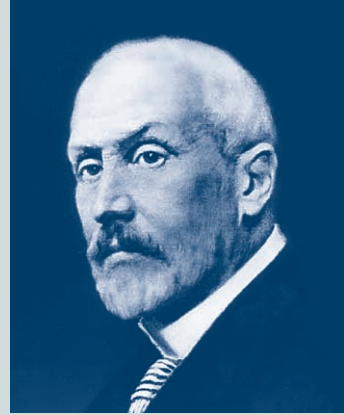
Eötvös Loránd, Eötvös József írónak, az 1848-as első felelős magyar kormány vallás- és közoktatásügyi miniszterének fia. Egyetemi tanulmányait Heidelbergben folytatta, ahol világhírű tudósok (Bunsen, Helmholtz, Kirchhoff) tanítványaként szerzett fizikai doktorátust.

Hazatérve az egyetemi laboratóriumban folytatta a már korábban elkezdett kutatásait. 1878-ban, Jedlik Ányos nyugalomba vonulása után elvállalta a kísérleti fizika tanszék, majd az összevont Fizikai Intézet vezetését.

Első kutatásai a folyadékok kapilláris jelenségeire irányultak. Felfedezte a róla elnevezett *Eötvös-szabályt*, amely a felületi feszültség hőmérsékletfüggésére vonatkozik.

Ezután a gravitáció felé fordult az érdeklődése. A gravitációs mező változásának mérésére szerkesztett torziós ingája (1891) *Eötvös-ingaként* vált világhírűvé. A műszer elvi lényege a következő: a környezeti zavaroktól elszigetelten, zárt térben egy vízszintes rúd függ vékony platinaszálon. A rúd egyik végére platinasúly van erősítve, a másik végén platinahenger függ fémszálon. Ha a két testre ható vonzóerő nagyságban vagy irányban eltér, akkor a rúd elfordul, és a felfüggesztő platinaszál megcsavarodik. A műszerrel a nehézségi gyorsulás olyan kismértékű változásai is kimutathatók, amit a földfelszín alatti rétegek sűrűségváltozása, így például ásványi kincsek jelenléte okoz.

Az ingával több föld alatti ásványmezőt is felfedeztek Magyarországon. Az Eötvös-inga évtizedekig a nyersanyagkutató geofizika fő eszköze lett az egész világon. Például Amerika legnagyobb kőolajforrásait is Eötvös-ingával tárták fel. Magyarországon 65 Eötvös-ingát gyártottak külföldiek számára. Mivel Eötvös tudománytiszteletből nem védette le találmányát, külföldön is sok Eötvös-inga készült.



*Eötvös Loránd (1848–1919)*

A gazdasági hasznosítás mellett nagy jelentőségű tudományos vizsgálatok is kapcsolódnak az ingához. Newton a gravitációs erőtvörvényében kimondta, hogy a testek gravitációs vonzóképesége arányos a tömegükkel (a tehetetlenségük mértékével), és független az anyagi minőségtől. Ezt röviden a *tehetetlen és a súlyos tömeg arányosságaként* szokták megfogalmazni. Egyáltalán nem természetes megállapításról van szó, amit pontos mérések nem támasztottak alá, és amiről azóta is vitatkoztak a fizikusok. 1906-ban a Göttingeni Egyetem pályadíját tűzött ki ennek a kérdésnek pontos mérésekkel való eldöntésére. Eötvös Loránd a torziós inga egyik változatával végezte azokat a méréseit, melyekkel igen nagy pontossággal igazolta, hogy a kétféle tömeg arányos egymással és független az anyagi minőségtől. Ezzel elnyerte a kítűzött pályadíjat. Einstein híres általános relativitáselméletének kimondásakor is hivatkozott Eötvös mérésére. Eötvös Lorándnak ezt a mérését a magyar kísérleti fizika mindeddig legnagyobb teljesítményének tekintik. Eötvös mérési pontosságát csak a közelmúltban sikerült túlszárnyalni.

*Eötvös-effektusként* tartják számon azt a jelenséget, hogy a kelet felé mozgó testeknek csökken, a nyugat felé mozgóknak nő a súlya. A jelenség azzal magyarázható, hogy a keleti irányú mozgás sebessége hozzáadódik a földfelszín kerületi sebességéhez, ezáltal nő a centrifugális erő és csökken a nehézségi erő. A nyugati irányú mozgás éppen fordítva a nehézségi erő növekedését eredményezi. Eötvös a magyarázaton túl egy általa szerkesztett mérleggel ki is mutatta ezt a jelenséget. Miközben az egyenletesen forgatható mérleg egyik karján a súly éppen nyugat felé mozgott, a másikon a súly kelet felé haladt. Közben pedig kimutatható volt, hogy megszűnt a mérleg egyensúlya.



## MEGJEGYZÉSEK

1. A gravitációs erőtvörvényben szereplő  $g$  nehézségi gyorsulás (ami a gravitációs mezőtől függően különböző helyeken más és más lehet, pl. a Holdon  $1,57 \frac{m}{s^2}$ ) megegyezik egy másik mennyiséggel, a térerősséggel:  $E = \frac{F_n}{m}$ .
2. A súly (jele  $G$ ) függ attól, hogy a test milyen gyorsulással emelkedik ( $G = m \cdot (g + a)$ ) vagy süllyed ( $G = m \cdot (g - a)$ ). Az elhajított vagy szabadon eső testnek nincs súlya. Az  $F_n = G$  megállapítás tehát csak az inerciarendszerhez viszonyítva nyugalomban levő vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végző testeknél igaz.
3. Elméletileg, valamint pontos számításoknál természetesen fontos a gravitációs és nehézségi erő, illetve a gravitációs és nehézségi gyorsulás megkülönböztetése. Mivel a kétféle mennyiség földi értékének eltérése nagyságra az 1%-ot sem éri el, irányban pedig legfeljebb  $0,2^\circ$ -ot jelent, mi ezt a különbséget elhanyagolhatjuk. Nagyobb hibát követünk el ugyanis, amikor a  $g$ -nél a 9,81-et 10-re kerekítjük.

4. A gravitációs állandó számértékileg egyenlő azzal az erővel, amellyel két 1-1 kg tömegű test 1 m távolságban levő gravitációs vonzását jellemezzük. Mint látjuk, ez az érték nagyon kicsi. Ezért nem észleljük a környezetünkben levő testek gravitációs vonzását a mindennapi életben.
5. A gravitációs hatás általános jellege abból is látszik, hogy ez a kölcsönhatás az egész világ-mindenségben érvényesül. Ez határozza meg a természetes és mesterséges égitestek mozgását is.



## GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. Változott-e a holdjáró autó tömege és súlya azáltal, hogy felvitték a Holdra?
2. Lehet-e két egyenlő tömegű testnek különböző a súlya? Lehet-e két különböző súlyú testnek egyenlő a tömege?
3. A tömege vagy a súlya alapján érdemes Norvégiában vagy Egyiptomban eladni a Budapesten vásárolt aranytömböt?
4. Lehet-e a súlytalanság állapotában tömeget mérni? Ha igen, hogyan?
5. A tömeg vagy a súly jellemző igazán a testre?
6. Hogyan változik a két test közötti gravitációs vonzás nagysága, ha
  - a) a változatlan távolságú testek közül az egyiket kétszer akkora tömegűre cseréljük?
  - b) mindkét testet kétszer akkora tömegűre cseréljük?
  - c) a változatlan tömegű testek távolságát megduplázzuk?
7. Az asztalra helyezett testek kölcsönösen vonzzák egymást. Miért nem közelednek egymáshoz?
8. A két téglá közé helyezett papírlapot nem lehet kihúzni, mert a papír elszakad. Ha ez a két téglá szabadon esik, könnyű sértetlenül kihúzni a két téglá között levő papírlapot. Miért?
9. A fürdőszobai mérlegen, amikor gyorsan leguggolunk, a mérleg kevesebbet mutat, mint amikor nyugodtan álltunk rajta. Miért? Mit mutat a mérleg guggolásból gyors felegyenesedésünk közben?
10. Megváltozik-e a test súlya, ha vízszintes irányban gyorsulva mozog? Miért?
11. Egyenletesen gyorsuló mozgással esnének-e a 10 000 km magasból elejtett testek? Függene-e a gyorsulás ekkor a testek tömegétől?

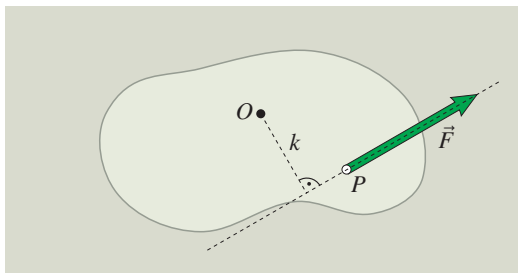


## FELADATOK

1. Két űrállomás tömege 100-100 tonna. Mekkora gravitációs erőhatással vonzzák egymást 1 km távolságból? Mekkora gyorsulással indulnának emiatt egymás felé?
2. Határozzuk meg a Föld és a Hold közötti vonzóerőt, ha a Föld tömege kb.  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a Hold tömege kb.  $7 \cdot 10^{22}$  kg és a közöttük levő távolság 384 000 km!
3. Milyen irányú és milyen nagyságú a Föld körül  $T = 27,3$  nap keringési idővel keringő Hold gyorsulása, ha mozgását egyenletes körmozgásnak tekintjük? (A szükséges adatok megkereshetők az eddig tanult részekben.)
4. Mekkora a Hold miatti erőhatás a Föld felszínén levő  $1 \text{ m}^3$ -nyi  $1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  sűrűségű tengervízre? Milyen jelenségben nyilvánul meg ez a hatás?
5. A Hold tömege 81,3-szor kisebb a Föld tömegénél, átmérője 3,7-szer kisebb a Föld átmérőjénél.
  - a) Hányszor kisebb a holdi szabadesésnél a gyorsulás a földinél?
  - b) Keressünk az interneten a Holdra történő leszállásról készült felvételeket, és figyeljük meg, mi igazolja a kisebb gravitációs vonzást!

# 11. A forgómozgás dinamikai vizsgálata

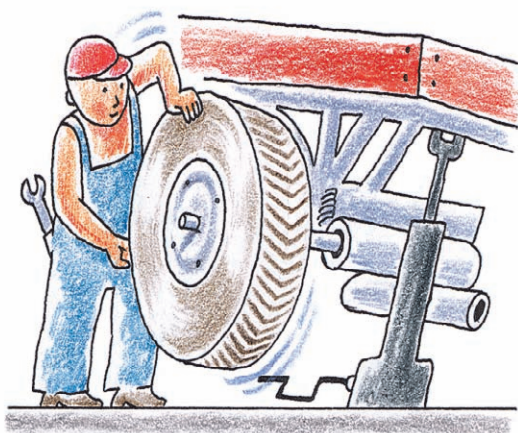
## 11.1. A tehetetlenségi nyomaték (Kiegészítő anyag)



111.1. Az erőkar a tengelynek az erő hatásvonalától mért távolsága

Mint előző tanulmányainkból tudjuk, a testek forgásállapota is csak környezetük hatására változhat meg. **Forgásállapot-változást csak olyan erőhatás hozhat létre, amelynek hatásvonala nem megy át a forgástengelyen, és nem is párhuzamos azzal.** Az erőhatás tehát a testeknek nemcsak a haladó, hanem a forgómozgását is megváltoztathatja.

Egy testet (pl. egy ajtót) annál kisebb erővel lehet elfordítani, minél távolabb van az erő hatásvonalától a test forgástengelyétől. A testek forgásállapotát megváltoztató hatásoknál ezért nemcsak az erő nagyságát, hanem hatásvonalának a tengelytől mért távolságát, az ún. **erőkart\*** is figyelembe kell venni (jele:  $k$ ).



111.2. A teherautó kerekét nehéz megforgatni, mert nagy a tehetetlenségi nyomatéka

Ha különböző testek forgásállapotát azonos feltételek között akarjuk megváltoztatni, akkor tehát mind az erőkarnek, mind az erő nagyságának egyenlőnek kell lenni.

### A FORGÓ TEST TEHETLENSÉGE

Azt könnyű belátni, hogy egy adott test forgásállapot-változásának gyorsasága a testet érő külső hatásoktól függ. Azon viszont érdemes elgondolkodni, hogy a test valamilyen jellemzője befolyásolja-e saját forgásállapota megváltozásának gyorsaságát.

A felemelt teherautó kerekét nehezebb megforgatni, mint a személyautóét. Az üres játszótéri forgót könnyebb felgyorsítani vagy lefékezni, mint amelyen ülnek. Különböző testeknél azt tapasztaljuk, hogy az egyiknek könnyebb, a másiknak nehezebb megváltoztatni a szögsebességét.

A különböző testek **szögsebesség-változással szembeni tehetlensége** különböző lehet.

A testeknek ezt a tulajdonságát egy mennyiséggel, a **tehetlenségi nyomatékkal\*\*** jellemezzük. (A már többször is alkalmazott gondolatmenetnek megfelelően alkossuk meg ezt a mennyiséget!)

A **tehetlenségi nyomaték a testek szögsebesség-változással szembeni tehetlenségének mennyiségi jellemzője.** Jele:  $\Theta$  (théta görög betű).

**Annak a testnek nagyobb a tehetlenségi nyomatéka, amelyen ugyanaz a forgató hatás:**

- ugyanakkora időtartam alatt kisebb szögsebesség-változást hoz létre (ha  $\Delta t_1 = \Delta t_2$  és  $\Delta \omega_1 < \Delta \omega_2$ , akkor  $\Theta_1 > \Theta_2$ ), vagy
- ugyanakkora szögsebesség-változást hosszabb időtartam alatt hoz létre (ha  $\Delta \omega_1 = \Delta \omega_2$  és  $\Delta t_1 > \Delta t_2$ , akkor  $\Theta_1 > \Theta_2$ ).

Legegyszerűbben az anyagi pontnak tekinthető testek tehetlenségi nyomatékát lehet meghatározni.

### 3. Felhajtóerő. Arkhimédész törvénye

#### A FELHAJTÓERŐ

A 142.1. ábrán egy rugóra akasztott test nyugalomban van (a), mert a gravitációs erőhatás és a rugalmas erőhatás kiegyenlíti egymást.

Ha a rugós erőmérőre akasztott testet alulról megemeljük (b), akkor a rugós erőmérő a test súlyánál kisebb erőt jelez. Ekkor a változatlan nagyságú gravitációs erőt a kisebb rugalmas erő és az izomerő együttesen egyenlíti ki.

Megfigyelhető, hogy a rugalmas erő akkor is kisebb lesz (c), ha a rugón levő testet vízbe süllyesztjük.

A kísérletből arra következtetünk, hogy:

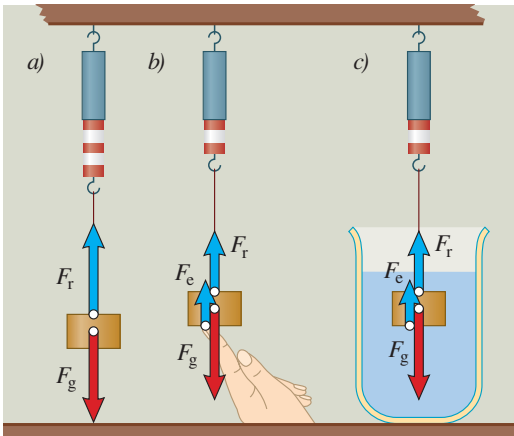
**A folyadékban lévő testet felfelé irányuló erőhatás éri.**

Ezt az erőhatást jellemző erőt (mivel a folyadék és a test egymáshoz viszonyítva mozdulatlan, hidrosztatikai felhajtóerőnek, vagy egyszerűen felhajtóerőnek nevezünk, és  $F_f$ -fel jelöljük.

A felhajtóerő létezését Arkhimédész (kb. Kr. e. 287–212) görög természettudós fedezte fel. A felhajtóerő a hidrosztatikai nyomásból származtatható.

#### AKHIMÉDÉSZ TÖRVÉNYE

Vizsgáljuk meg, hogy mekkora a felhajtóerő nagysága!



142.1. Az erőmérőnkön levő egyenlő súlyú testek, az ábrán látható mindhárom esetben, egyensúlyban vannak

A mérést elősegíti egy felakasztható, henger alakú edény és egy ebbe pontosan beleillő tömör henger, amely az edény aljára akasztható: ez az úgynevezett **arkhimédészi hengerpár**.

Mérjük meg a levegőben levő hengerpár súlyát (a), ami egyenlő nagyságú a nehézségi és a tartóerővel.

Ha az alsó, tömör hengert fokozatosan vízbe süllyesztjük (b), az erőmérő egyre kisebb erőt jelez. A tartóerő ugyanis a hengerpárra ható nehézségi erő és a felhajtóerő különbsége.

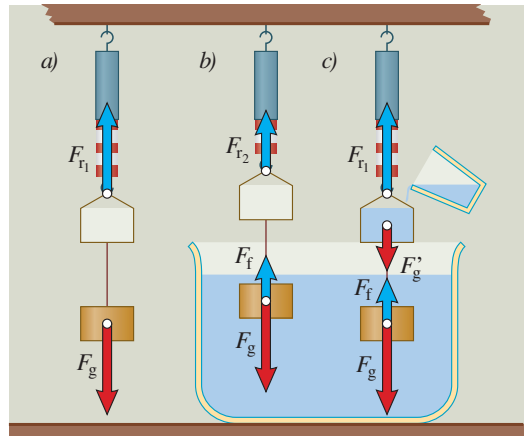
Amikor az alsó henger teljesen vízbe merül és a felső, üres hengert teletöltjük vízzel (c), az erőmérő ugyanakkora erőt jelez, mint (a) esetben, amikor mindkét henger a levegőben volt. Ilyenkor a hengerbe öntött vizet érő gravitációs erő kiegyenlíti a felhajtóerőt.

Tehát a testet érő felhajtóerő egyenlő nagyságú az üres hengerbe öntött víz súlyával, vagyis a test által kiszorított víz súlyával (de irányja ellentétes azzal).

Megállapítható, hogy **emelő hatás nemcsak a folyadékokban, hanem a gázba merülő testeknél is van.**

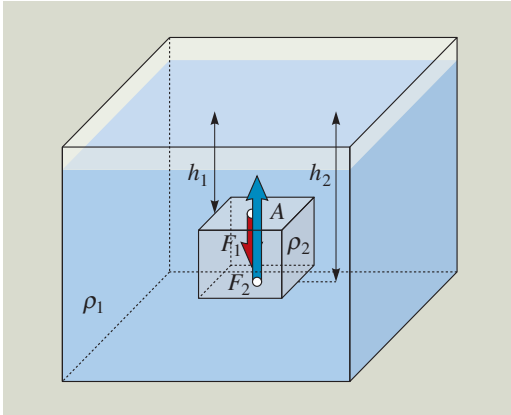
**Minden folyadékba vagy gázba merülő testre felhajtóerő hat, amely egyenlő nagyságú a test által kiszorított folyadék vagy gáz súlyával.**

**Ez Arkhimédész törvénye.**



142.2. A víz által kifejtett felhajtóerő egyenlő a hengerbe töltött víz súlyával





**143.1.** A felhajtóerő nagysága a közeg sűrűségének és a test térfogatának ismeretében kiszámítható

A felhajtóerő nagyságát a kiszorított folyadék vagy gáz térfogatának és sűrűségének ismeretében is kiszámíthatjuk.

A felhajtóerő, előző ismereteink alapján, mérőkísérelt nélkül is kiszámítható. A hasáb  $A$  területű felső lapja  $h_1$  vastagságú és  $\rho$  sűrűségű vízréteg alatt van (143.1. ábra), ahol a nyomás:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1,$$

a lefelé irányuló nyomóerő pedig:

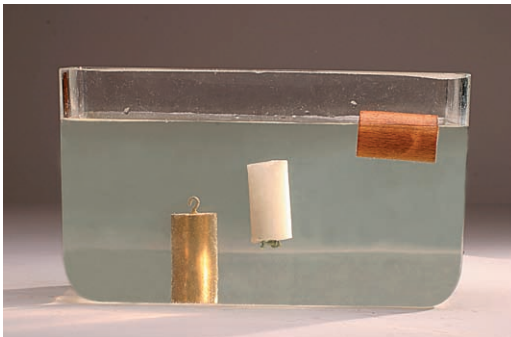
$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A.$$

Mivel a test alsó lapja  $h_2$  mélységben van a vízben, ott a nyomás:

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2,$$

a felfelé irányuló nyomóerő pedig:

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A.$$



**143.2.** A kisebb sűrűségű fadarab fennmarad, úszik a víz felszínén, a rézhenger elsüllyed, a nehezzel ellátott gyertya pedig lebeg a vízben

A hasábot érő  $F_f$  felhajtóerő:

$$\begin{aligned} F_f &= F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A = \\ &= \rho \cdot g \cdot A \cdot (h_2 - h_1). \end{aligned}$$

Mivel az  $A \cdot (h_2 - h_1)$  a hasáb térfogata,  $\rho$  a víz sűrűsége, „elméleti” úton is eljutottunk Arkhimédész törvényéhez.

Az ókori elbeszélések szerint Szirakuza királya aranyat adott az ötvösöknek, hogy készítsenek belőle koronát. Az ötvösök azonban becsapták a királyt, az arany egy részét ezüstre cserélték. A király Arkhimédészhez fordult segítségért, hogy a korona sérülése nélkül leplezze le a csalást. (Érdeemes végiggondolni, hogyan oldhatta meg Arkhimédész a feladatot.)

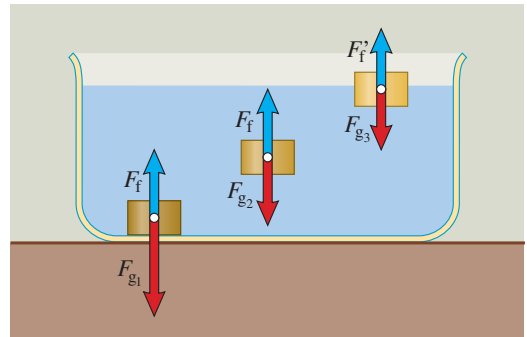
## A MOZDULATLAN TESTEK ÚSZÁSA, LEBEGÉS, ELMERÜLÉS

A parafa dugó fennmarad a vízen, a rézhenger elsüllyed, a gyertya pedig lebeg benne.

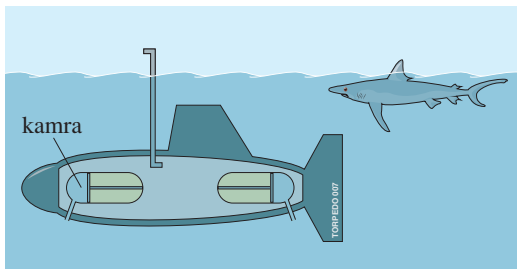
Azt, hogy egy test úszik, lebeg vagy elmerül a folyadékban, a test és a folyadék sűrűségének egymáshoz viszonyított nagysága határozza meg.

**Egy test akkor merül el** egy folyadékban, ha a testre ható gravitációs erő nagyobb, mint a felhajtóerő. Ez akkor teljesül, **ha a test sűrűsége nagyobb, mint a folyadék sűrűsége.**

A vízben feloldott só mennyiségének változtatásával elérhető, hogy a beletett tojás nem emelkedik és nem is süllyed, hanem bárhol nyugalomban marad, **lebeg** a folyadékban. Ilyenkor a folyadékban teljesen elmerülő testre ható gravitációs erő egyenlő nagyságú a felhajtóerővel. Ez akkor teljesül, **ha a test sűrűsége egyenlő a folyadék sűrűségével.**



**143.3.** A test és a folyadék sűrűségétől függ, hogy a felhajtóerő vagy a nehézségi erő a nagyobb, tehát úszik, lebeg vagy elmerül a test



144.1. A búvárhajó átlagsűrűsége változhat

Ha a víz alá nyomott fadarabot elengedjük, felemelkedik a vízben, mert a felhajtóerő nagyobb, mint a nehézségi erő. Az emelkedés addig tart, míg a felhajtóerő egyenlő nem lesz a nehézségi erővel. A vízre helyezett fadarabot tehát csak részben merül el, azt mondjuk, úszik.

A nyugalomban levő tömör test csak akkor **úszik** egy folyadék felszínén, **ha sűrűsége kisebb, mint a folyadék sűrűsége.**

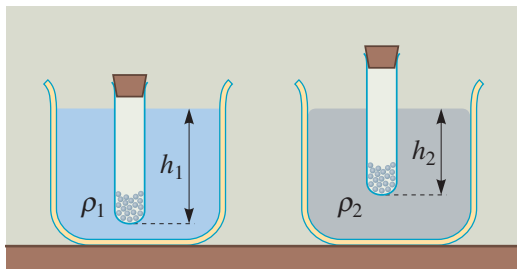
**Úszáskor a test a térfogatának csak egy részével merül a folyadékba.** A nagyobb sűrűségű folyadékból ugyanis a test térfogatánál kisebb térfogatnyit kell kiszorítani ahhoz, hogy a test egyensúlyban legyen.

A vasból készült hajó azért úszhat a vízben, mert üreges, és így képes annyi vizet kiszorítani, amennyinek a súlya és így a felhajtóerő egyenlő a hajót érő nehézségi erővel.

Ilyenkor a hajótest, a rakomány és az üregek átlagos sűrűsége kisebb, mint a víz sűrűsége. A hajó átlagos sűrűségét úgy számíthatjuk ki, hogy a hajó és a rakomány együttes tömegét elosztjuk a hajótest térfogatával.



144.2. A hajók átlagsűrűsége kisebb a víz sűrűségénél. A merülési mélységet a vízvonallal jelzi a hajó oldalán



144.3. A sűrűségmérő merülése

Ha a hajóra terhet raknak, akkor merülési mélysége nő. A hajó oldalán a „vízvonall” jelzi a megengedett legnagyobb merülési mélységet.

A búvárhajó átlagos sűrűsége a kamráiban lévő víz mennyiségével szabályozható. Ily módon a búvárhajó a vízben úszik, lesüllyed vagy lebeg.

A folyadékok sűrűsége úszó sűrűségmérővel mérhető meg. A folyadék sűrűségére a folyadékban úszó sűrűségmérő merülési mélységéből lehet következtetni. A nagyobb sűrűségű folyadékból pl. kisebb térfogatút kell „kiszorítani” ahhoz, hogy a sűrűségmérő ússzon a folyadékban.

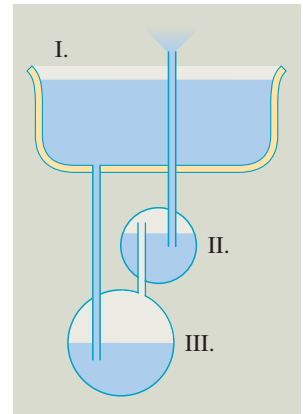
A testekre a levegőben is van felhajtóerő. Ennek hatására emelkedik a léggömb vagy a léghajó mindaddig, míg olyan légrétegbe nem jut, amelynek sűrűsége megegyezik átlagos sűrűségével. Ebben a légrétegben a léggömb vagy a léghajó lebeg. Ezért olyan gázzal töltik meg őket, vagy úgy felmelegítik kupolájukban a levegőt (hőléggömb), hogy az átlagsűrűségük kisebb legyen a földközeli levegő sűrűségénél.



144.4. A hőléggömböket is a sűrűségkülönbség miatt felépő erőhatás emeli fel

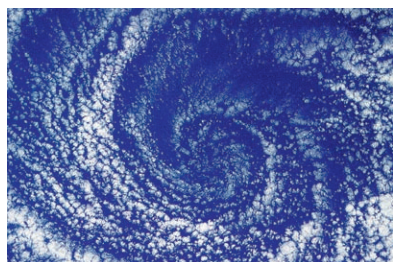
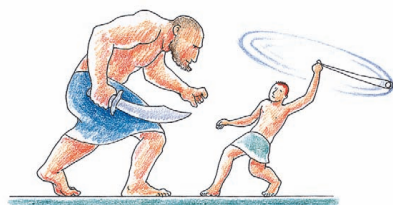
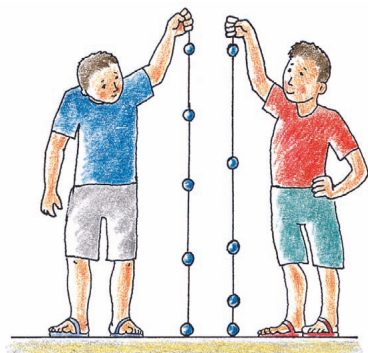
## **g** GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

1. Egy testet ugyanazon folyadékba először félig, majd teljesen belelógatunk. Melyik esetben kell nagyobb erővel tartani a testet? Miért? Hasonlítsuk össze a felhajtóerőket!
2. Egy test először olajban, majd vízben merül el teljesen. Melyik folyadékban nagyobb a felhajtóerő? Miért? Hasonlítsuk össze a tartóerőket! Mi a különbség magyarázata?
3. Hogyan lehet készíteni hurkapálcából sűrűségmérőt?
4. Egyenlő térfogatú tömör vas-, illetve alumíniumtest teljesen elmerült a vízben. Hasonlítsuk össze a felhajtóerőket! Független-e a felhajtóerő az egyenlő térfogatú test anyagától?
5. Egyenlő tömegű tömör vas- és alumíniumtestet benzinbe merítünk. Mit tudunk a felhajtóerőkről? Ha van, mi a különbség oka?
6. A vízben 100 g tömegű fadarab úszik. Mekkora a felhajtóerő? Változik-e a felhajtóerő, ha a fadarab a Holt-tenger vizében úszik? Melyik folyadékban nagyobb a fadarab merülési mélysége? Milyen irányú erőhatással tudnánk a fadarabot víz alá nyomni? Hogy számítható ki ennek a nyomóerőnek a nagysága?
7. Egy tengeralattjáró tartályaiból vizet távolítanak el. Változik-e a gravitációs mező hatása a tengeralattjáróra? Miből lehet erre következtetni? Változik-e a felhajtóerő? (Feltételezzük, hogy a tengeralattjáró teljesen a víz alatt van.)
8. A mellékelt ábra Heron szökőkútjának vázlatos rajza. Működhet-e ez a berendezés? Ha igen, akkor miért és meddig?
9. Hogyan változik az édes vízű folyóról a sós vízű tengerre úszó hajó merülése?
10. Milyen sorrendben helyezkedik el egy edényben az egymással nem keveredő víz, olaj és higany?
11. Egy fa- és egy vashordó színültig van töltve vízzel. Elsüllyednek-e, ha vízbe helyezzük őket?
12. Vízet tartalmazó edénybe egy fadarabot teszünk. Változik-e ekkor az edény alján a nyomás, ha víz nem ömlött ki közben az edényből? Mi a magyarázata az állításunknak?
13. Vízet tartalmazó edényben, a víz tetején egy jégdarab úszik, ami lassan elolvad. Változik-e közben az edény alján a nyomás? Miért?
14. Mi a felhajtóerő ellenereje? Hogyan lehetne ezt kísérlettel kimutatni?



## **f** FELADATOK

1. Egy acélgerenda súlya 20000 N. Vízbe merítve a tartóerő 16000 N. Mekkora a felhajtóerő?
2. Mekkora erővel tarthatunk víz alatt egy 5 dm<sup>3</sup> térfogatú és 2,5  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  sűrűségű követ?
3. Egy 20 dm<sup>3</sup> térfogatú alumíniumtest elmerült a vízben. Mennyi az alumínium sűrűsége, ha a tartóerő 340 N?
4. A 4 m magas és 2 m átmérőjű henger alakú tartályt  $\frac{3}{4}$  részéig töltöttek meg vízzel. Mekkora az oldalnyomás 1 m-rel az edény alja fölött? Mekkora az oldalnyomás átlaga?
5. Tömör vagy üreges az a rézgolyó, amelynek súlya 1780 N, vízbe süllyesztve pedig 1240 N a tartóerő? A réz sűrűsége 8,9  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .



# Tartalom

## A TESTEK MOZGÁSA

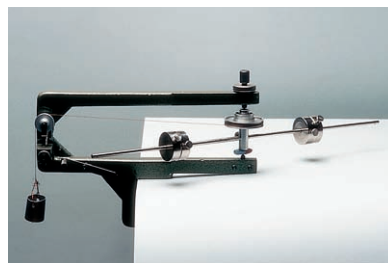
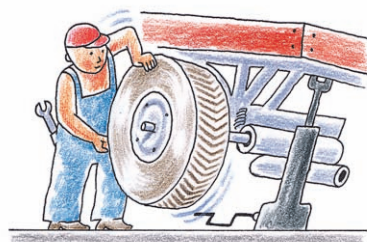
1. Emlékeztető .....	10
2. Egyenes vonalú egyenletes mozgás .....	13
3. Változó mozgás .....	21
3.1. A változó mozgást végző test sebessége .....	21
3.2. A gyorsulás fogalma .....	25
3.3. A szabadon eső test mozgása .....	30
3.4. Az egyenletes körmozgás .....	35
3.5. A körmozgás és forgómozgás szögjellemzői .....	41
3.6. A változó forgómozgás (Kiegészítő anyag) .....	45
4. A bolygók mozgása .....	48
5. Kidolgozott feladatok .....	53
Összefoglalás .....	57

## A NEWTONI DINAMIKA ELEMELI: A TÖMEG ÉS AZ ERŐ

1. Emlékeztető .....	60
2. A tehetetlenség törvénye és az inerciarendszer .....	62
3. A tömeg fogalma .....	65
4. A sűrűség .....	69
5. Lendület, lendületmegmaradás .....	71
6. Erőhatás, erő .....	76
6.1. Az erő fogalma .....	76
6.2. Erő-ellenelő. A mechanikai kölsönhatás .....	82
6.3. Több erőhatás együttes eredménye .....	84
7. Különbéféle mozgások dinamikai feltétele ...	88
8. Kényszererők és meghatározásuk .....	91
9. Tehetlenségi erők (Kiegészítő anyag) .....	94
10. Különbéféle erőhatások és erőtvényeik .....	97
10.1. Rugalmas erő. Lineáris erőtvény .....	97
10.2. Súrlódás. Közegellenállás .....	100
10.3. A nehézségi erő és a gravitációs erőtvény .....	106

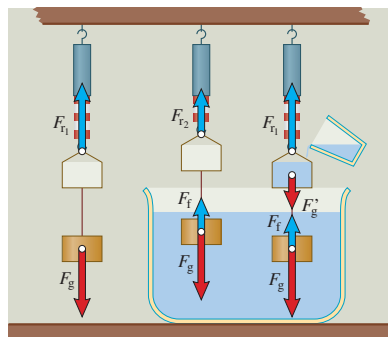
# Tartalom

<b>11. A forgómozgás dinamikai vizsgálata</b> .....	111
11.1. A tehetetlenségi nyomaték (Kiegészítő anyag) .....	111
11.2. A perdület (Kiegészítő anyag) .....	114
11.3. A forgatónyomaték .....	117
<b>12. Merev testek egyensúlya</b> .....	122
12.1. A párhuzamos hatásvonalú erők eredője .....	122
12.2. Tömegközéppont és súlypont. Egyensúlyi helyzetek .....	126
<b>13. Kidolgozott feladatok</b> .....	129
<b>Összefoglalás</b> .....	133



## FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK MECHANIKÁJA

<b>1. Emlékeztető</b> .....	136
<b>2. A szilárd testek, a folyadékok és a gázok nyomása</b> .....	137
<b>3. Felhajtóerő. Arkhimédész törvénye</b> .....	143
<b>4. Közlekedőedények. Hajszalcsövek, molekuláris erők</b> .....	147
<b>5. Gázok és folyadékok áramlása</b> .....	151
<b>6. Kidolgozott feladatok</b> .....	155
<b>Összefoglalás</b> .....	157



## ENERGIA, MUNKA

<b>1. Emlékeztető</b> .....	160
<b>2. Energiaváltozás munkavégzés közben</b> .....	162
2.1. A munka kiszámítása .....	162
2.2. A mozgási energia kiszámítása. A munkatétel .....	167
2.3. Feszítési munka. Rugalmas energia .....	171
2.4. Az emelési munka és a helyzeti (magassági) energia .....	174
2.5. A mechanikai energia fogalma és megmaradási tétele .....	178
<b>3. Teljesítmény, hatások</b> .....	181
<b>4. Kidolgozott feladatok</b> .....	184
<b>Összefoglalás</b> .....	188
<b>MEGOLDÁSOK</b> .....	189

