5–6. OSZTÁLY

Középiskolai felvételi felkészítő

Konfár László

Hatosztályosba készülök

FELVÉTELI FELKÉSZÍTŐ

gyakorlófeladatok • mintafeladatsorok

MATEMATIKA

MOZAIK

Kedves Felvételiző!

A hatosztályos gimnáziumi felvételi olyan, mint egy futóverseny, ahonnan csak a legjobbak jutnak tovább. A versenyzők mind hozzád hasonló, jó képességű gyerekek, és azok fognak nyerni, akik a legfelkészültebbek, és az adott pillanatban, a vizsgán is a legjobban teljesítenek.

A matematika írásbeli felvételi vizsga ezért nem hasonlít a „szokásos” dolgozatírásokra. Ha minden jelentkezőnek sikerülne, akkor a gimnáziumok nem tudnák eldönteni a jelentkezők közti sorrendet. A feladatsort ezért még a jó tanulók közül is csak a legjobbak tudják hibátlanul megoldani. Matekból sem azt kérdezik majd, hogy megtanultad-e a tananyagot, hanem hogy tudsz-e okosan, rugalmasan gondolkodni, tudod-e az ismereteidet alkalmazni.

A felvételire tehát komolyan tréningezni kell! Meg kell ismerkedned a vizsgán előforduló feladattípusokkal, és gyakorlatot kell szerezned azok **gyors, pontos** megoldásában.

Ehhez nyújt segítséget ez a feladatgyűjtemény.

Hogyan kezdd el a felkészülést?

Először érdemes néhányat megoldani a korábbi években használt felvételi feladatsorokból (ezeket letöltheted az internetről), vagy felmérésre használhatod a könyv elején található *próbafelvételi feladatsort* is. Egy-két próba után kiderülhet, hogy milyen feladatok megoldásában kell nagyobb rutint szerezned.

A rendszerezett, tematikus gyakorláshoz a felvételiken előforduló feladattípusokat nyolc fejezetbe soroltuk. Az egyes feladatcsoportokat általában egy-egy rövid elméleti összefoglaló vagy kidolgozott példa vezeti be, utána bőséges és változatos kínálatot találsz a gyakorlásra. Természetesen nem kell minden feladatot megoldanod, de ha valami nem megy jól, akkor érdemes visszatérni rá és minél többet gyakorolni.

A megoldásodat mindig hasonlítsd össze a könyv második részében található megoldásokkal! Itt minden feladatnak megtalálod a végeredményét és a magyarázatát, így ha elakadtál, akkor a könyv segít megérteni a helyes gondolatmenetet. Néha többféle megoldási lehetőséget is mutatunk, így kiválaszthatod a számodra legérthetőbbet. **A leírt megoldásokat akkor is érdemes tanulmányozni, ha sikeresen oldottad meg a feladatot, mert sokszor olyan taktikát, módszert is megismerhetsz, amellyel esetleg gyorsabban, ügyesebben célhoz érhetsz.**

A könyvben hat speciális feladatsort is találsz. A három *próbafelvételi feladatsor* (egy a *Feladatok* című rész elején, kettő a végén), illetve az előző fejezetekre épülő három *gyakorló feladatsor* az önellenőrzésre szolgál. **Ezeket úgy oldd meg, mintha a felvételit írnád!**

Ha a 45 perc alatt nem lettél kész, akkor egy másik színű tollal fejezd be a munkát, így felmérheted, hogy mi az, amit tudtál volna, csak időhiány vagy a rossz időbeosztás miatt nem sikerült leírni.

A *Megoldások* című részben ezekhez a feladatsorokhoz pontozási útmutatót is találsz, így azt is elemezheted, hogy hol kell még erősíteni a felkészülésben.

A 271. oldalon összegyűjtöttünk néhány tudnivalót, amelyek segíthetnek a vizsgadolgozat sikeres megírásában. Mielőtt vizsgázni mész, ezeket feltétlenül olvasd el!

Eredményes felkészülést és sikeres vizsgát kíván:

A szerző

Feladatok

Tanácsok a feladatok megoldásához

Ebben a részben a felvételin előforduló feladattípusok szerepelnek nyolc fő fejezetbe rendezve. Az egyes részterületek előtt rövid elméleti összefoglalót is találsz. Ha szükségesnek érzed, akkor az itt található fogalmakat, ismereteket a tankönyveid alapján ismételd át alaposabban!

A feladat megoldása után olvasd el még egyszer a kérdést, és pontosan arra válaszolj! Fontos, hogy a hatosztályos gimnáziumok felvételi dolgozatában **csak a kérdésre adott választ kell leírni,** az indoklást vagy a megoldás menetét nem. A vizsgán csak a végeredményt értékelik! Ezért már a gyakorláskor szokd meg, hogy a pontos választ mindig be kell írni a megadott helyre! A jegyzeteléshez, számoláshoz, vázlatkészítéshez a könyvben általában van hely. Ha ez nem elég, akkor használj egy külön füzetet!

A feladatok között vannak *gyakorló feladatsorok is.* Bár ezek nem mindig tartalmaznak annyiféle feladatot, mint a vizsgadolgozat, jól tesztelheted velük, hogy mennyire vagy már gyakorlott az előzőleg tárgyalt fejezetek anyagából. Ezeket a feladatsorokat úgy oldd meg, mintha felvételit írnál (45 perc alatt, tankönyv és számológép nélkül)!

A felvételin **nem használhatsz számológépet,** ezért a felkészüléskor is mindig fejben vagy papíron számolj!

Műveletek, műveletsorok természetes számokkal

Természetes számok

124

A természetes számok a 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; … és így tovább.

1 Írd be a számokat a helyiérték-táblázatba!

Példa: 3 milliós + 2 százezres + 7 százas + 9 egyes = 3 200 709

	…	Egy-milliárd	Száz- (milliós)	Tíz- (milliós)	Egy- (milliós)	Száz- (ezres)	Tíz- (ezres)	Egy- (ezres)	Százas	Tízes	Egyes	A szám
pl.					3	2	0	0	7	0	9	3 200 709
a)												
b)												
c)												
d)												
e)												

a) 2 tízezres + 3 ezres + 9 egyes
b) 2 egyes + 7 százas + 3 tízezres + 9 százezres
c) 2 milliós + 3 százas + 3 tízes + 4 egyes + 9 százezres
d) 8 tízezres + 6 egyes + 4 százezres + 1 tízes
e) 5 százas + 3 tízmilliós + 2 tízes + 7 ezres

2 Írd be a számokat a helyiérték-táblázatba!

	…	Egy-milliárd	Száz- (milliós)	Tíz- (milliós)	Egy- (milliós)	Száz- (ezres)	Tíz- (ezres)	Egy- (ezres)	Százas	Tízes	Egyes	A szám
a)												
b)												
c)												
d)												
e)												

a) 90 tízezres + 9 százas + 84 egyes
b) 3 milliós + 30 tízezres + 5 ezres + 72 tízes + 7 egyes
c) 60 százezres + 1 tízezres + 41 tízes
d) 60 milliós + 1 százezres + 15 százas + 3 egyes
e) 71 tízmilliós + 1 százezres + 3 tízes + 1 egyes

125

3 Tekintsd a 27 185 számot, és válaszolj a kérdésekre!

a) Mi a legnagyobb számjegy ebben a számban? ....

b) Mi a legnagyobb számjegy helyi értéke ebben a számban? ....

c) Mi a legkisebb helyi érték ebben a számban? ....

d) Mi a legkisebb helyi értéken levő alaki érték ebben a számban? ....

4 Tekintsd a 27 185 számot, és válaszolj a kérdésekre!
a) Hogyan változik a szám, ha a százas és az ezres helyi értéken levő számjegyeket felcseréljük?

....

b) Mennyivel változik a szám, ha a százas és az ezres helyi értéken levő számjegyeket felcseréljük?

....

c) Melyik két számjegy felcserélésével lehet a legkisebb változást elérni? ....

d) Mennyi ez a legkisebb változás? ....

e) Melyik két számjegy felcserélésével lehet a legnagyobb változást elérni? ....

f) Mennyi ez a legnagyobb változás? ....

Példák természetes számok kerekítésére:

	Ezresekre	Százasokra	Tízesekre
4 735	≈ 5 000	≈ 4 700	≈ 4 740
28 374	≈ 28 000	≈ 28 400	≈ 28 370
6 398	≈ 6 000	≈ 6 400	≈ 6 400

35 Egy üdítő-, egy csokoládé- és egy kávéautomata kasszájából begyűjtötték és összeszámolták a pénzérméket. Az automatákban csak kétszáz-, száz-, ötven-, húsz-, tíz- és ötforintos pénzérmével lehet fizetni.

→132

Az üdítőautomatában a következő érmék voltak:

162 kétszázas + 161 százas + 33 ötvenes + 113 húszas + 84 tízes + 58 ötforintos.

A csokiautomatában a következő érmék voltak:

130 kétszázas + 75 százas + 120 ötvenes + 44 húszas + 193 tízes + 38 ötforintos.

A kávéautomatában a következő érmék voltak:

126 kétszázas + 156 százas + 129 ötvenes + 176 húszas + 167 tízes + 37 ötforintos.

a) Hány forintot gyűjtöttek be egy-egy automatából?

üdítős: .... csokis: .... kávés: ....

b) Melyik automatában volt a legtöbb pénzérme? ....

c) Nagyobb összegek befizetésekor az érméket tekercselni, „rolnizni" kell: a 100 forintosokból húszas, a 200 forintosokból negyvenes, a többi érmét ötvenes tekercsekbe kell csomagolni.

Ha az összes érmét rolnizzák, melyik érmefajtából készül a legtöbb tekercs? ....

36 Karikázd be a megfelelő választ!

a) Melyik a legkisebb természetes szám, amelynek ezresekre kerekített értéke 2000?

A) 1445 *B)* 1450 *C)* 1500 *D)* 1501 *E)* 2499

b) Melyik a legkisebb természetes szám, amelynek százasokra kerekített értéke 3000?

A) 2500 *B)* 2950 *C)* 2951 *D)* 2995 *E)* 3001

c) Melyik a legnagyobb természetes szám, amelynek ezresekre kerekített értéke 4000?

A) 3999 *B)* 4001 *C)* 4449 *D)* 4499 *E)* 4500

d) Melyik a legnagyobb természetes szám, amelynek százasokra kerekített értéke 5000?

A) 4999 *B)* 5001 *C)* 5049 *D)* 5449 *E)* 5499

e) Melyik a legnagyobb természetes szám, amelynek ezresekre kerekített értéke 0?

A) 4 *B)* 49 *C)* 99 *D)* 499 *E)* 999

37 Az alábbi feladatban az egyik szám a művelet eredménye. Karikázd be a megfelelő választ!

a) Melyik szám lehet a $483 \cdot 84$ művelet eredménye?

A) 23 462 *B)* 29 712 *C)* 38 674 *D)* 40 348 *E)* 40 572

b) Melyik szám lehet az $5638 \cdot 67$ művelet eredménye?

A) 245 356 *B)* 298 576 *C)* 348 674 *D)* 377 746 *E)* 456 386

c) Mennyi lehet a $22\,892 : 97$ hányados? *(Tudjuk, hogy a maradék 0.)*

A) 126 *B)* 218 *C)* 224 *D)* 236 *E)* 2036

d) Mennyi lehet a $211\,094 : 46$ művelet eredménye? *(Tudjuk, hogy a maradék 0.)*

A) 459 *B)* 4387 *C)* 4589 *D)* 5673 *E)* 54 234

Műveletek, műveletsorok egész számokkal

Egész számok

134

Egész számok: …; −3; −2; −1; 0; +1; +2; +3; …

A nullánál kisebb egész számok a **negatív egész számok.** Előjelük: − (mínusz), például: −5 (mínusz 5).

A nullánál nagyobb egész számok a **pozitív egész számok.** Előjelük: + (plusz), például: +5 (plusz 5).

A pozitív számok előtti + előjelet általában nem írjuk ki. A nulla nem pozitív és nem is negatív szám.

Azokat a különböző előjelű számokat, amelyek a számegyenesen a 0-tól egyenlő távolságra vannak, **egymás ellentettjeinek** nevezzük. A nulla ellentettje nulla.

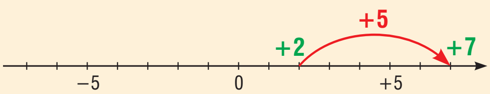
A +5 ellentettje: $-(+5) = -5$. A −5 ellentettje: $-(-5) = +5$.

Egy szám **abszolút értéke** a szám 0-tól való távolsága a számegyenesen. Jelölése: $|-5| = +5$ (illetve $|+5| = +5$).

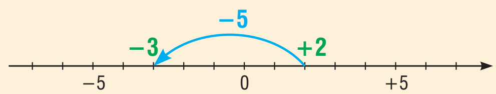
Egy pozitív szám abszolút értéke maga a szám, a nulla abszolút értéke 0, egy negatív szám abszolút értéke a szám ellentettje.

Az egész számok összeadása

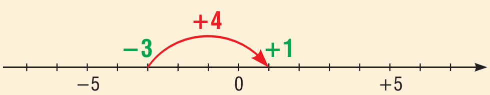
$(+2) + (+5) = (+7)$



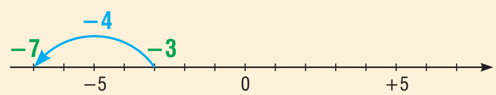
$(+2) + (-5) = (-3)$



$(-3) + (+4) = (+1)$



$(-3) + (-4) = (-7)$

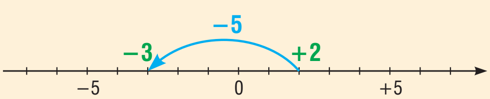


Pozitív szám hozzáadása növekedést jelent. Negatív szám hozzáadása csökkenést jelent.

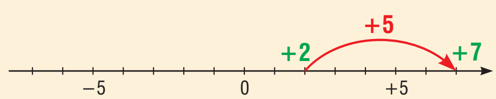
Az egész számok kivonása

Bármely szám kivonását elvégezhetjük az ellentettjének hozzáadásával.

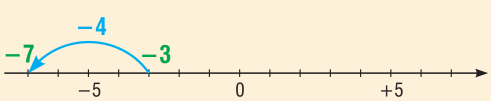
$(+2) - (+5) = (-3)$



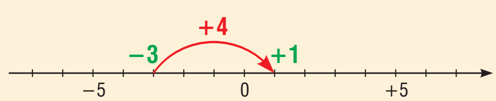
$(+2) - (-5) = (+7)$



$(-3) - (+4) = (-7)$



$(-3) - (-4) = (+1)$



Pozitív szám kivonása csökkenést jelent. Negatív szám kivonása növekedést jelent.

142

77 Végezd el a kijelölt műveleteket! *Az eredményt a legegyszerűbb alakban, illetve vegyes szám alakban add meg!*

Mivel szorzáskor a tényezők felcserélhetők, nem különböztetjük meg a szorzandót és a szorzót!

Példák: $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$;

$2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ vagy $\frac{5}{\cancel{6}} \cdot \cancel{2} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$;

$3 \cdot 1\frac{1}{12} = 1\frac{1}{12} \cdot 3 = \frac{13}{12} \cdot 3 = \frac{13 \cdot 3}{12} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ vagy

$3 \cdot 1\frac{1}{12} = 1\frac{1}{12} \cdot 3 = \frac{13}{\cancel{12}} \cdot \cancel{3} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$.

a) $5 \cdot \frac{3}{10} =$ ....

b) $2 \cdot 1\frac{5}{8} =$ ....

c) $\frac{3}{8} \cdot 5 =$ ....

d) $\frac{5}{9} \cdot 6 =$ ....

e) $5 \cdot \frac{5}{12} =$ ....

f) $\frac{5}{12} \cdot 6 =$ ....

g) $\frac{5}{12} \cdot 7 =$ ....

h) $8 \cdot \frac{7}{12} =$ ....

i) $\frac{8}{15} \cdot 6 =$ ....

j) $6 \cdot 1\frac{1}{3} =$ ....

78 Mely számok állnak a szorzástáblázatban a betűk helyén?

Például: a *P* helyére $\frac{5}{4}$-et vagy $1\frac{1}{4}$-et kell írni, mert

$4 \cdot \frac{5}{16} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.

$\cdot$	$\frac{5}{16}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{24}$
4	*P*	*A*	*B*
6	*C*	*D*	*E*

A = ... *B* = ... *C* = ... *D* = ... *E* = ...

79 Végezd el a kijelölt műveleteket! *Az eredményt a legegyszerűbb alakban, illetve vegyes szám alakban add meg!*

→143

Példák: $\frac{6}{7} : 2 = \frac{6:2}{7} = \frac{3}{7}$;

$\frac{2}{5} : 3 = \frac{6}{15} : 3 = \frac{6:3}{15} = \frac{2}{15}$ vagy $\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$;

$1\frac{1}{4} : 7 = \frac{5}{4} : 7 = \frac{5}{4 \cdot 7} = \frac{5}{28}$.

a) $\frac{6}{11} : 3 =$ ....

b) $\frac{3}{5} : 4 =$ ....

c) $1\frac{5}{8} : 3 =$ ....

d) $\frac{3}{8} : 5 =$ ....

e) $1\frac{3}{7} : 4 =$ ....

f) $\frac{12}{25} : 4 =$ ....

g) $\frac{12}{25} : 5 =$ ....

h) $\frac{8}{15} : 6 =$ ....

i) $\frac{8}{9} : 12 =$ ....

j) $1\frac{2}{3} : 3 =$ ....

80 Mely számok állnak az osztástáblázatban a betűk helyén, ha a vegyes számot kell elosztani az egész számmal?

:	3	4	6
$1\frac{2}{3}$	*A*	*B*	*C*
$2\frac{1}{4}$	*D*	*E*	*P*

Például: a *P* helyére $\frac{3}{8}$-ot kell írni, mert

$2\frac{1}{4} : 6 = \frac{9}{4} : 6 = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

A = ... *B* = ... *C* = ... *D* = ... *E* = ...

81 Válaszolj a kérdésekre!

a) Melyik az a szám, amelyik $\frac{2}{3}$-dal kisebb az $\frac{5}{6}$-nál? ....

b) Melyik számnál kisebb $\frac{2}{3}$-dal az $\frac{5}{6}$? ....

c) Melyik az a szám, amelyiknek a 3-szorosa $\frac{2}{5}$? ....

Mértékegységváltás

A mennyiségek mértékegységeinek nevében előforduló előtagok jelentése:

Előtag	Jel	Jelentés	Előtag	Jel	Jelentés
deka	dk	tízszeres	deci	d	tized
hekto	h	százszoros	centi	c	század
kilo	k	ezerszeres	milli	m	ezred
mega	M	milliószoros	mikro	μ	milliomod

→154

Hosszúság

1 km = 1000 m;   1m = 10 dm;   1 dm = 10 cm;   1 cm = 10 mm

A mennyiségeket írhatod helyérték-táblázatba is, ahonnan a célnak megfelelően lehet kiolvasni:

	km			m	dm	cm	mm
	5	0	6	0			
				1	8		
		2	0	7	3		

Az első sor: 5 km 60 m = 5,060 km = 5060 m.

A második sor: 1,8 m = 18 dm = 180 cm = 1800 mm.

A harmadik sor: 0,2073 km = 207,3 m = 2073 dm = 20 730 cm = 207 300 mm.

1 Írd be a hiányzó mérőszámokat!

a) 0,00152 km = …… m = …… dm = 152 …… = …… mm

b) 12 500 mm = …… cm = …… dm = …… m = …… km

c) 0,24 m = …… cm

d) 35 mm = …… dm

e) 309 mm = …… m

f) $\frac{1}{4}$ km = …… m

g) 6,3 dm = 630 ……

h) $\frac{3}{4}$ m = …… cm

i) 4 m 2 dm 9 cm = …… mm

j) 2 m 3 cm 4 mm = …… dm

2 Írd be a hiányzó mérőszámokat!

a) 4 dm + 55 cm = …… mm

b) 6 m − 35 dm = …… cm

c) 7 km − 800 m = …… m

d) 42 dm − …… cm = 125 cm

e) …… cm + 6 dm = 970 mm

f) 5 dm − …… mm = 32 cm

g) …… mm + 4 dm = 74 cm

h) 230 dm − …… m = 1900 cm

i) $\frac{3}{4}$ m − 5 dm = …… cm

j) …… km − 300 m = $\frac{3}{2}$ km

154

3 Válaszolj a kérdésekre!

a) Hány méter a 96 m negyedrésze? ……

b) Hány centiméter a 45 mm $\frac{4}{3}$ része? ……

c) Hány méter a $\frac{3}{4}$ km harmadrésze? ……

d) Hány centiméter a 3,4 m fele? ……

e) Hány kilométer a 3000 m $\frac{2}{3}$ része? ……

f) Hány milliméter a 2,5 dm fele? ……

g) Hány méter a 450 cm $\frac{2}{3}$ része? ……

h) Hány centiméter a 420 mm öthatodrésze? ……

Tömeg

1 tonna = 1000 kg; 1 kg = 100 dkg; 1 dkg = 10 g

A mennyiségeket a helyérték-táblázatból a célnak megfelelően lehet kiolvasni:

t			kg		dkg	g		
3		2	5					
				1	4	5		

Az első sor: 3 t 25 kg = 3,025 t = 3025 kg.

A második sor: 0,145 kg = 14,5 dkg = 145 g.

4 Írd be a hiányzó mérőszámokat!

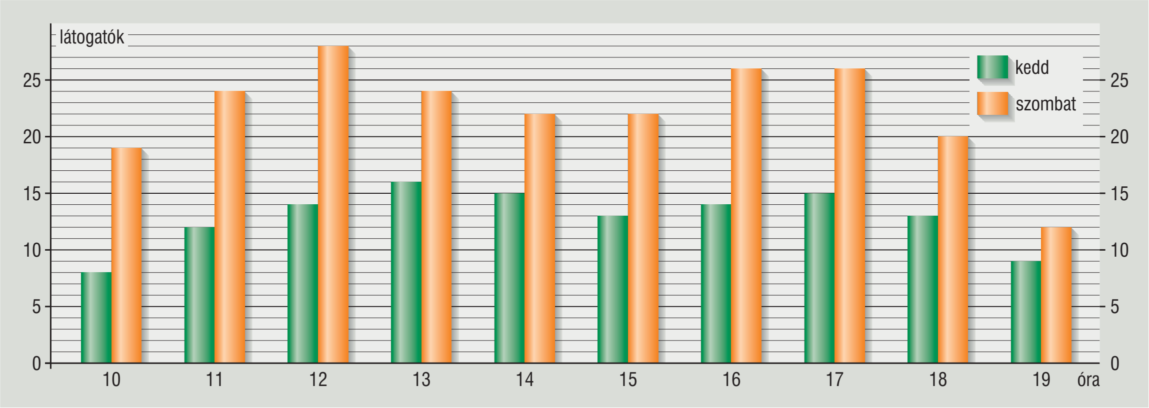
a) 0,0125 t = 12,5 kg = …… dkg = …… g

b) 5200 g = 520 …… = …… kg = …… t

c) 0,73 kg = …… g

d) 53 g = …… dkg

3 Egy cukrászdában a látogatók számát mutatják a diagramok kedden és szombaton, óránként. (Minden óra végén összeszámolták az előző órai látogatók számát, azt jegyezték fel és ábrázolták a diagramon.)



a) Mikor jegyezték fel a legtöbb látogatót kedden? ....

b) Hányan voltak abban az órában a cukrászdában, amikor a legtöbben voltak szombaton?

....

c) Mennyivel több látogatót jegyeztek fel a cukrászdában 16 órakor szombaton, mint kedden?

....

d) Óránként átlagosan hányan látogatták a cukrászdát kedden? ....

....

4 A táblázat azt mutatja, hogy 2010-ben és 2020-ban hány újszülött kapta a 7 legnépszerűbb fiú és lány keresztnév valamelyikét.

Fiú újszülött keresztnevek				**Lány újszülött keresztnevek**			
2010		**2020**		**2010**		**2020**	
Bence	1801	Bence	1457	Jázmin	1248	Hanna	1511
Máté	1473	Máté	1315	Anna	1222	Anna	1199
Levente	1318	Dominik	1302	Hanna	1145	Zoé	1017
Dávid	1194	Levente	1275	Nóra	927	Léna	927
Balázs	1147	Noel	1108	Zsófia	830	Luca	899
Ádám	1065	Dávid	1051	Boglárka	812	Emma	851
Milán	908	Zalán	1051	Lili	802	Zsófia	735

182

a) Hány olyan név van, amelynek a helyezése nem változott a népszerűségi listán a 10 év alatt?

....

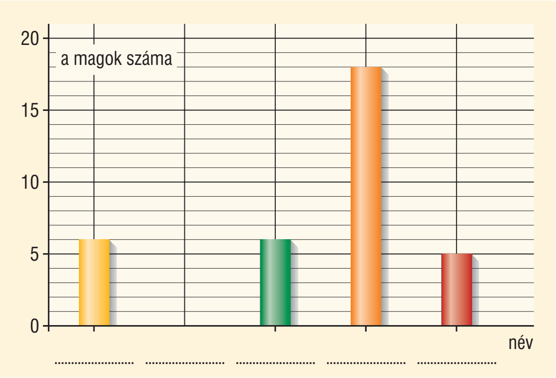
b) Hány olyan fiúnév van a táblázatban szereplő nevek között, amelynek a helyezése 2020-ban rosszabb lett, mint 2010-ben volt? ....

c) Hány olyan lánynév van a táblázatban szereplő nevek között, amelynek a helyezése 2020-ban jobb lett, mint 2010-ben volt? ....

d) Mennyivel több Hanna született 2020-ban, mint 2010-ben? ....

e) Mennyivel kevesebb Levente született 2020-ban, mint 2010-ben? ....

5 Öt gyerek fejenként 2 mandarint evett. Mindannyian megszámolták, hány magot találtak a mandarinokban. Az adatokat oszlopdiagramon ábrázolták, azonban kihagyták a neveket. Elárulták, hogy Peti találta a legtöbb magot, és Márti a legkevesebbet. Dóri nem talált kevesebbet Bencénél, de többet talált Veránál.



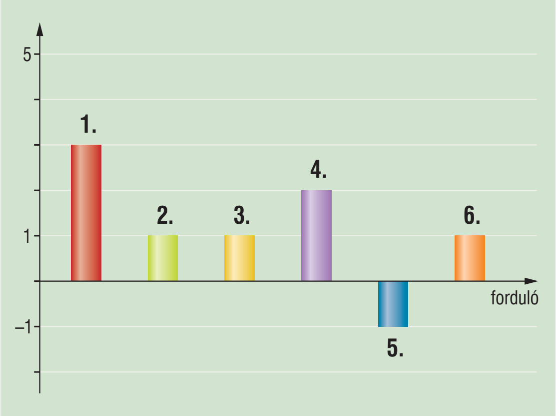
a) Írd be az oszlopok alá a megfelelő neveket!

b) Hány mag volt átlagosan Peti mandarinjaiban? ....

c) Hány magot találtak átlagosan? ....

d) Hány mag volt átlagosan egy mandarinban? ....

6 Egy iskolában, ahol évfolyamonként 2-2 osztály van, az 5–6. osztályok focibajnokságában minden csapat minden csapattal kétszer játszott. A grafikonon az *5/a* osztály egy-egy forduló utáni gólkülönbségeit ábrázoltuk. (Gólkülönbségnek nevezzük egy adott időpontban az egyik csapat által a bajnokságban addig összesen rúgott és az addig összesen kapott gólok különbségét.)



a) Hány mérkőzést játszott az *5/a* osztály csapata? ....

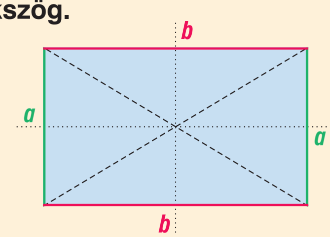
b) Hány mérkőzés volt az 5–6. osztályok bajnokságában összesen? ....

Az *5/a* osztály csapata hányszor

c) játszott döntetlent .... *d)* veszített .... *e)* győzött? ....

184

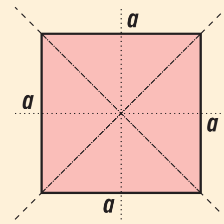
A téglalap olyan négyszög, amelynek minden szöge derékszög.



Tulajdonságai:

- szemközti oldalai párhuzamosak;
- szemközti oldalai egyenlő hosszúságúak;
- átlói egyenlő hosszúságúak;
- átlói felezik egymást;
- két egyenes mentén is félbehajtható úgy, hogy a részek pontosan fedjék egymást *(két szimmetriatengelye van).*

A négyzet olyan téglalap, amelynek minden oldala egyenlő.

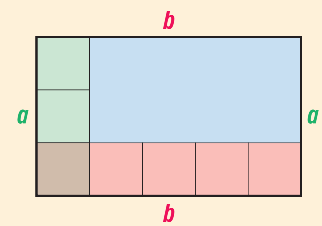


Tulajdonságai:

- átlói merőlegesek egymásra;
- négy egyenes mentén is félbehajtható úgy, hogy a részek pontosan fedjék egymást *(négy szimmetriatengelye van).*

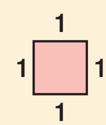
A téglalap kerülete: a téglalapot határoló oldalak hosszának az összege: $a + b + a + b$.

A téglalap területe:



- az egyik oldal hosszúsága megmutatja, hogy az adott tetületegységet hányszor tudjuk egymás mellé egy sorba leteríteni;
- a másik oldal hosszúsága megmutatja, hogy hány ilyen sor lesz;
- egy sorban b területegység van, összesen a sor van, a téglalapot $a \cdot b$ egységnégyzettel tudjuk lefedni.

Egységnégyzetek: olyan egybevágó négyzetek, amelyeknek az oldalhosszúsága 1 hosszúságegység, a kerülete 4 hosszúságegység, a területe pedig 1 területegység.



227

1 Anna egységnégyzetekből 24 területegységű téglalapokat rakott ki.

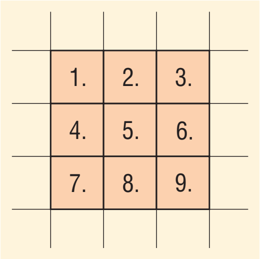
a) Hányféle nem egybevágó téglalapot tud kirakni Anna? ....

b) A kirakott téglalapok közül a legnagyobb kerületűnek hány egység a rövidebb oldala? ....

c) A kirakott téglalapok közül a legkisebb kerületűnek hány egység a hosszabb oldala? ....

d) Hányszorosa a legnagyobb kerület a legkisebb kerületének? ....

2 Áron kilenc számozott egységnégyzetből az ábrán látható nagy négyzetet állította össze.



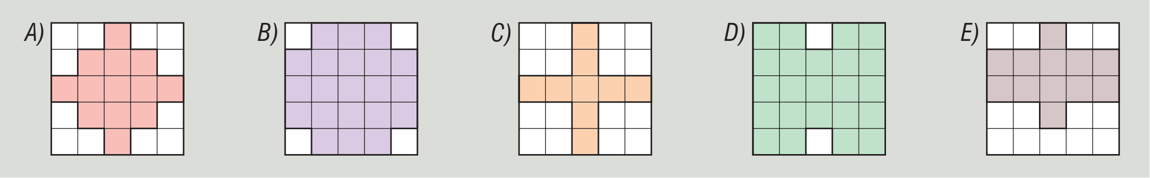
a) Hányas számú egységnégyzete(ke)t veheti el, hogy a kerület ne változzon? ……

b) Hányas számú egységnégyzetet vegye el, hogy a kerület változása a lehető legnagyobb legyen? ……

c) A *b)* esetben hogyan és hány hosszúságegységgel változik a kerület? ……

d) Legfeljebb hány egységnégyzetet vehet el, hogy a maradék alakzat kerülete megegyezzen az eredeti alakzat kerületével? ……

3 Hasonlítsd össze a színes egységnégyzetekből kirakott sokszögek kerületét, illetve területét!



Melyik sokszög kerülete

a) a legkisebb …… *b)* a legnagyobb? ……

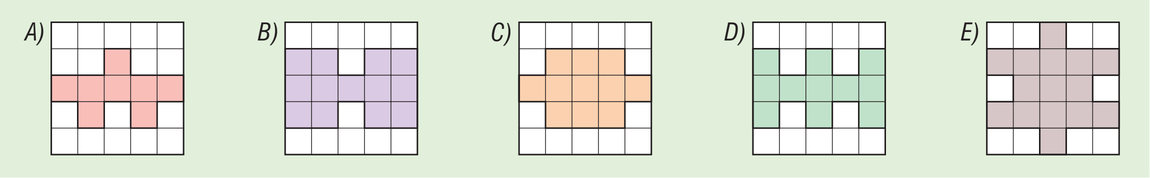
c) Rendezd a sokszögek betűjelét a kerületük szerint növekvő sorrendbe! ……

Melyik sokszög területe

d) a legnagyobb …… *e)* a legkisebb? ……

f) Rendezd a sokszögek betűjelét a területük szerint csökkenő sorrendbe! ……

4 Hasonlítsd össze a színes egységnégyzetekből kirakott sokszögek kerületét, illetve területét!



Melyik sokszög kerülete

a) a legnagyobb …… *b)* a legkisebb? ……

c) Rendezd a sokszögek betűjelét a kerületük szerint csökkenő sorrendbe! ……

Melyik sokszög területe

d) a legkisebb …… *e)* a legnagyobb? ……

f) Rendezd a sokszögek betűjelét a területük szerint növekvő sorrendbe! ……

227

MEGOLDÁSOK • Skatulyaelv

1 Egy társasjátékban színes dobókockákkal játszanak a játékosok. A zsákban ötféle színű dobókocka van, mindegyik színből 6 darab. Dávid kihúzott 7 darab dobókockát, és elgurította őket. Döntsd el mindegyik eseményről, hogy biztos, lehetséges, de nem biztos vagy lehetetlen! Írj + jelet az esemény mellé a táblázat megfelelő oszlopába!

Esemény	Biztos	Lehetséges, de nem biztos	Lehetetlen
a) Van két azonos színű dobókocka.	+		
b) Van három azonos színű dobókocka.		+	
c) A dobott számok között nincs két egyforma.			+
d) A kihúzottak között minden szín előfordul.		+	
e) Minden kocka ugyanolyan színű.			+

a) Ötféle szín van, 7 kocka, ezért biztosan van olyan szín, amelyből legalább 2 kocka van.

b) Lehetséges, hogy van 3 azonos színű dobókocka, és az is lehetséges, hogy két színből 2-2 kocka, a többi három színből 1-1 kocka van.

c) Hatféle számot lehet dobni, ezért ha 7 kockával dobunk, akkor biztosan lesz olyan szám, amelyik legalább két kockán szerepel.

d) 7 kocka van, 5 szín, ezért az is előfordulhat, hogy minden szín szerepel, de az is előfordulhat, hogy egyik színből 3 kocka, egy másik színből 4 kocka van.

e) Mivel minden színből 6 kocka van a zsákban, ezért ha 7 kockát húzunk, akkor nem lehet mind a 7 kocka ugyanolyan színű.

2 Guszti kártyajátékában 6-féle színű kártya van, minden kártyán egy szám van 1–10-ig. Mindegyik színben mindegyik szám előfordul pontosan egyszer.

a) Hány kártyalap van a játékban? **60**

M: Mind a 6 színből 10 kártya van, így $6 \cdot 10 =$ **60 kártya** van.

b) Mit mondhatunk, ha Guszti kezében 14 darab kártyalap van? Néhány lehetséges válasz:

– Lehet, hogy van köztük egyes.

– Biztosan van olyan szám, amelyik legalább 2 kártyán előfordul.

– Biztosan van olyan szín, amelyikből legalább 3 kártya van.

M: Mivel 10-féle szám van, a 14 kártya között kell legyen két azonos szám. Tehát van olyan szám, amelyik legalább 2 kártyán előfordul.

Mivel 6-féle szín van, ha mindegyik színből 2 kártya van, még akkor is marad 2 kártya, tehát biztosan van olyan szín, amelyikből legalább 3 kártya van.

Legkevesebb hány kártyát húzzon Guszti véletlenszerűen a pakliból, hogy biztosan legyen

c) 4 azonos színű lapja **19**

M: 6 szín van, ha mindegyik színből 3 lapot húz, akkor $6 \cdot 3 = 18$ lapot húz, ha még húz egy lapot, akkor biztosan lesz olyan szín, amelyikből legalább 4 lapja lesz. Tehát legkevesebb $6 \cdot 3 + 1 =$ **19 lapot** kell húzni, hogy biztosan legyen a kihúzottak között 4 azonos színű lap.

d) 3 lapja, amelyeken azonos szám áll **21**

M: 10-féle szám van, ha mindegyik számból 2 lapot húz, akkor $10 \cdot 2 = 20$ lapot húz, ha még húz egy lapot, akkor biztosan lesz olyan szám, amelyikből legalább 3 lapja lesz. Tehát legkevesebb $10 \cdot 2 + 1 =$ **21 lapot** kell húzni, hogy biztosan legyen a kihúzottak között 3 azonos számú lap.

e) mindegyik színű lapja? **51**

M: 6 szín van és színenként 10 lap, ezért a „legrosszabb esetben” kihúzza az összes lapot, amelyen csak 5-féle szín van: $5 \cdot 10 = 50$. Ha ezután még egy lapot húz, akkor biztosan lesz lap mindegyik színből, tehát legkevesebb $5 \cdot 10 + 1 =$ **51 lapot** kell húzni.

3 Egy gumicukros zacskóból látatlanban kiveszünk néhány cukrot. Tudjuk, hogy legkevesebb 7-et kell kivenni, hogy a kivettek között biztosan legyen sárga. Legkevesebb 13-at kell kivenni, hogy biztosan legyen piros, legkevesebb 4-et kell kivenni, hogy biztosan legyen két azonos színű, és legkevesebb 9-et kell kivenni, hogy biztosan legyen két különböző színű gumicukor.

a) Hányféle színű gumicukor lehet a zacskóban? **3**

b) Hány sárga gumicukor van a zacskóban? **8**

c) Hány piros gumicukor van a zacskóban? **2**

d) Hány gumicukor van összesen a zacskóban? **14**

M: Mivel legkevesebb 4 gumicukrot kell kivenni, hogy biztosan legyen két azonos szín, ezért **3** különböző színű gumicukor van a zacskóban. Nevezzük például zöldnek a sárga és a piros melletti harmadik színt.

Legkevesebb 7-et kell kivenni, hogy biztosan legyen sárga, ezért a nem sárga, azaz piros vagy zöld gumicukrokból 6 darab van: piros + zöld = 6.

Legkevesebb 13-at kell kivenni, hogy biztosan legyen piros, ezért a nem piros, azaz sárga vagy zöld gumicukrok száma 12: sárga + zöld = 12.

Mivel legkevesebb 9-et kell kivenni, hogy biztosan legyen két különböző színű, ezért amelyik színből a legtöbb van, abból 8 darab van. Ez a szín nem lehet sem a piros, sem a zöld, mert azokból összesen 6 van, tehát **8 darab** sárga cukor van a zacskóban.

Így a zöldek száma $12 - 8 = 4$, a pirosak száma pedig: $6 - 4 =$ **2.**

A zacskóban összesen 8 db sárga + 4 db zöld + 2 db piros, azaz **14 db** gumicukor van.

4 Egy dobozban ceruzák vannak: fekete grafit, piros és kék ceruzák. A dobozból csukott szemmel kihúzunk néhányat. Legkevesebb 15 ceruzát kell kihúzni, hogy biztosan legyen a kihúzottak között grafit. Legkevesebb 24 ceruzát kell kihúzni, hogy biztosan legyen a kihúzottak között kék, és legkevesebb 22 ceruzát kell kihúzni, hogy biztosan legyen a kihúzottak között piros.

a) Hány ceruza van a dobozban? **29**

b) Hány grafitceruza van a dobozban? **15**

c) Hány piros ceruza van a dobozban? **8** *b)* Az alakzatok között van-e legkisebb kerületű sokszög?

Van, az ábrán az *E)* alakzat kerülete a legkisebb.

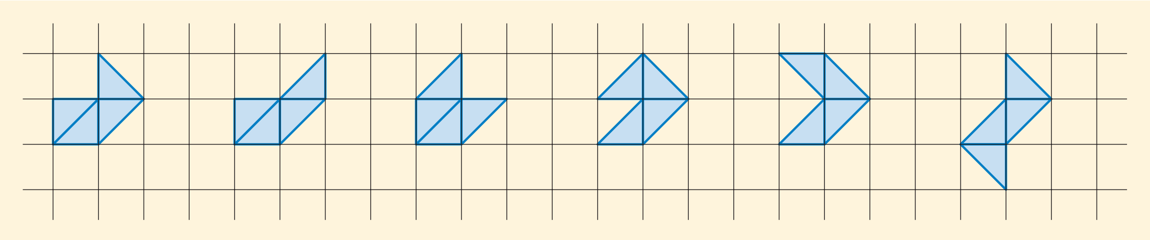
A 4 különálló négyzet kerülete $4 \cdot 4 = 16$ hosszúságegység lenne. Számoljuk össze, hogy az egyes esetekben hány illesztéssel alakítottuk ki a sokszöget: az *E)* ábrán lévő négyzet 4, a többi ábrán lévő alakzat 3 illesztéssel készült. Egy illesztéssel két négyzetet illesztünk össze, ekkor az együttesen 16 egységnyi kerület 2 egységgel csökken, így 3 összeillesztés esetén 6 egységgel, 4 összeillesztés esetén 8 egységgel csökken. Ezért az ***E)* alakzat kerülete lesz a legkisebb:** $16 - 8 = 8$ hosszúságegység.

c) Az alakzatok között van-e legnagyobb kerületű sokszög?

M: Ha a legnagyobb minden másiknál nagyobb, akkor nincs. Ha a legnagyobb az, amelyiknél nincsen nagyobb, akkor az *A)–D)* mindegyike tekinthető legnagyobb kerületűnek.

28 Két egységnégyzetet (olyan négyzet, amelynek oldala a hosszúságegység, területe a területegység) egy-egy átlója mentén félbevágtunk, majd a kapott 4 egybevágó egyenlő szárú derékszögű háromszögből egy 2 egység területű háromszöget raktunk ki. *(A háromszögek teljes oldallal illeszkednek egymáshoz.)*

Ugyanezekből a háromszögekből hatszög is kirakható. Rajzold le a négyzetrácsra az összes nem egybevágó – azaz egymással fedésbe nem hozható – hatszöget!



29 Karikázd be a megfelelő választ!

a) Milyen szög nem lehet egy hegyesszög és egy tompaszög összege?

***A)* hegyesszög** *B)* tompaszög *C)* egyenesszög *D)* homorúszög

M: A hegyesszög 0° és 90° között van, a tompaszög 90° és 180° között, az egyenesszög 180°, a homorúszög 180° és 360° között van, ezért csak hegyesszög nem lehet az összeg.

b) Melyik alakzatnak van pontosan 3 szimmetriatengelye?

***A)* szabályos háromszög** *B)* négyzet *C)* téglalap *D)* kör

M: A szabályos háromszögnek 3, a négyzetnek 4, a téglalapnak 2, a körnek végtelen sok szimmetriatengelye van.

c) Melyik alakzatnak van kevesebb átlója, mint oldala?

***A)* négyszög** *B)* ötszög *C)* hatszög *D)* hétszög

M: A négyszögnek 2 átlója, 4 oldala van, az ötszögnek 5 átlója és 5 oldala, a hatszögnek és a hétszögnek pedig több átlója van, mint oldala.

d) Melyik sokszögre igaz, hogy a csúcsai számának, oldalai számának és átlói számának összege 15?

A) háromszög *B)* négyszög **C) ötszög** *D)* hatszög

M: Az összeg a háromszög esetén $3 + 3 + 0 = 6$, a négyszögnél $4 + 4 + 2 = 10$, az ötszögnél $5 + 5 + 5 = 15$, a hatszögnél $6 + 6 + 9 = 21$.

30 Az *ABCD* négyzetben az egyik oldal végpontjainak koordinátái (2; 1) és (6; 1).

a) Ábrázold a koordináta-rendszerben az adott pontokat! **kék pontok**

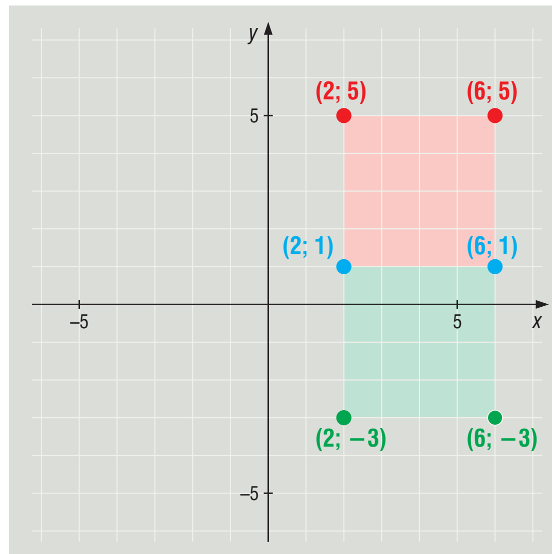
b) Ábrázold a négyzet másik két pontját a koordináta-rendszerben!
zöld és piros pontok

c) Írd le a négyzet másik két pontjának a koordinátáit!

(**2**; **5**) és (**6**; **5**)

vagy

(**2**; **–3**) és (**6**; **–3**)



31 *a)* Olvasd le a pontok koordinátáit!

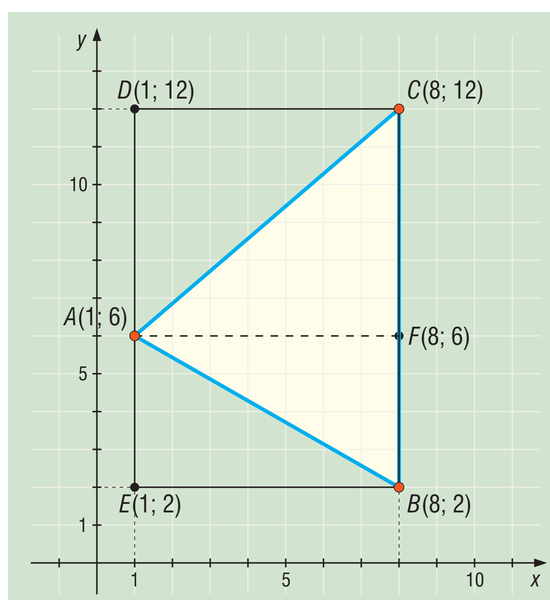
A = **(1; 6)** B = **(8; 2)** C = **(8; 12)**

b) Hány területegység az *ABC* háromszög területe, ha a koordináta-rendszer egy kis négyzetének területe a területegység? **35**

I. megoldás

A koordináta-rendszerbe még rajzoljuk be a *D*(1; 12), az *E*(1; 2) és az *F*(8; 6) pontokat, az *AF* szakaszt és az *EBCD* téglalapot.

Húzzuk be az *x* tengellyel párhuzamosan az *AF* szakaszt, így az *ABC* háromszöget két háromszögre osztottuk. Az *ABF* háromszög területe az *AEBF* téglalap területének a fele. A téglalap *EB* oldala $8 - 1 = 7$ egység, a *BF* oldala $6 - 2 = 4$ egység, így a területe: $7 \cdot 4 = 28$ területegység. Az *ABF* háromszög területe $28 : 2 = 14$ területegység.



Ugyanígy $FC = 12 - 6 = 6$ egység, az *AFCD* téglalap területe $7 \cdot 6 = 42$ területegység, az *AFC* háromszög területe pedig ennek a fele, azaz $42 : 2 = 21$ területegység.

Az *ABC* háromszög területét megkapjuk az *ABF* és *AFC* háromszög területének összegeként: $14 + 21 =$ **35 területegység.**

TARTALOMJEGYZÉK

Feladatok

Megoldások

Hasznos tanácsok a sikeres felvételi vizsgához

A felvételi dolgozat más, mint az iskolában megírt dolgozatok többsége. A nehézségét főleg az adja, hogy 45 perc alatt 10 különböző típusú feladatot kell megoldanod. Ezért nagyon sok múlik a jó időbeosztáson.

- Általában a feladatsor elején vannak a könnyebb, gyorsabban megoldható, a végén az összetettebb, több időt igénylő feladatok. A felkészülés során megfigyelheted, hogy milyen típusú problémákkal boldogulsz könnyebben, a felvételi dolgozatban is ezekkel foglalkozz először.
- Sokszor a feladat első olvasásra túl bonyolultnak tűnik, ekkor olvasd el újra a feladatot, esetleg próbálgatással igyekezz megérteni a szituációt. Sokszor a feladat részkérdései lépésenként vezetnek a végső megoldás felé.
- A feladat egyes részei néha egymástól függetlenül is megoldhatók. Így is értékes pontokat tudsz szerezni.
- Felhasználhatod a meglévő ábrákat, írhatsz beléjük részeredményeket, megjegyzéseket, és persze készíthetsz saját vázlatokat is, ezek is segíthetik a gondolkodást.
- Az eredményeket – ha nincs más utasítás – bármilyen alakban megadhatod, de ne felejtsd el a megfelelő helyre leírni, hiszen csak azt fogják tudni értékelni! A papírra írt számításaidra, részeredményeidre nem jár még részpontszám sem.
- Figyelj arra is, hogy egyes (pl. összeszámlálási) feladatok esetén, ha minden helyes választ megadsz, de ezek mellett olyan választ is írsz, amely nem felel meg a feltételeknek, akkor nem kaphatsz maximális pontszámot. Ezért a válasz megadása előtt fokozott figyelemmel ellenőrizd a megoldásaid.
- Ne izgulj azon, hogy még hány feladat van hátra, illetve hogy már mennyi idő eltelt. Nagyon kevesen tudnak valamennyi feladattal érdemlegesen foglalkozni. Az országos átlag az elmúlt 10 évben 25 pont alatt volt. Már a 30 pont elérése is jónak, a 35 pont elérése nagyon jónak számít, és ez tudatos felkészüléssel, rendszeres gyakorlással számodra is elérhető.

Nagyon fontos, hogy tudd: a felvételin zsebszámológép nem használható!