KÖZÉPSZINT

Németh Sarolta

# 100 lépés az érettségihez

Rendszerező feladatsorok megoldásokkal

## MATEMATIKA

MOZAIK

Németh Sarolta

# 100 lépés az érettségihez

Rendszerező feladatsorok megoldásokkal

## MATEMATIKA

KÖZÉPSZINT

2., javított kiadás

Mozaik Kiadó – Szeged, 2019



# TARTALOMJEGYZÉK



## *Valószínűség-számítás, statisztika*



## *Függvények*

## *Geometria, koordináta-geometria, trigonometria*

# Feladatok

## Számtani sorozat

Megoldás → 184. o. 0 5 7

*differencia (különbség), a sorozat n-edik tagja:* $a_n = a_1 + (n-1)d$, *az első n elem összege:*
$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$, *a képletekből* $a_n, a_1, d, n, S_n$ *meghatározása*

**449** Egy számtani sorozat első eleme 8, differenciája 3. Határozza meg a sorozat 10. elemét és az első 10 tag összegét!

**450** Egy számtani sorozat első eleme –4, tizenegyedik eleme 11. Mekkora a sorozat differenciája? Számolja ki az első 8 tag összegét!

**451** Egy számtani sorozat hetedik tagja 9, tizennegyedik tagja –19. Számolja ki a sorozat első elemét és differenciáját, valamint az első 10 tag összegét!

**452** Egy számtani sorozat első eleme –13, differenciája 7, az első $n$ elem összege 540. Határozza meg $n$ értékét!

**453** Egy számtani sorozat hetedik eleme 9, nyolcadik eleme 13. Eleme-e ennek a sorozatnak 1301? Ha igen, adja meg, hogy hányadik eleme! Válaszát számolással indokolja!

**454** Ádám angol szavakat tanul. Ma megtanult 10 szót és azt tervezi, hogy mostantól mindennap 2 szóval többet tanul majd meg, mint az előző napon.

*a)* Hány szót tanul meg a 15. napon?

*b)* Hány szót tanul meg összesen ebben a hónapban (30 nap alatt)?

**455** A könyvesboltban minden polcon ugyanannyival több *Felvételi tájékoztató* van, mint az alatta levőn. A második és a nyolcadik polcon összesen 38 könyv van, a kilencedik polcra 24-gyel több könyvet tettek, mint a harmadikra. Hány tájékoztató van az első polcon, illetve a hetedik polcon?

**456** A vizes világbajnokság egyik úszódöntőjén az első sorban 150 néző ült, és minden további sorban 5-tel többen ültek, mint az előtte lévőben. Minden sor 18 cm-rel magasabban volt, mint a megelőző. Tudjuk még, hogy az utolsó sorban ülők 5,22 m-rel voltak magasabban, mint azok, akik az elsőben ültek. Hányan voltak ezen az úszódöntőn?

## Mértani sorozat

Megoldás → 186. o. 0 5 8

*kvóciens (hányados), a sorozat n-edik tagja:* $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, *az első n elem összege:*
$S_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$, *ha* $q \neq 1$; $S_n = a_1 \cdot n$, *ha* $q = 1$, *a képletekből* $a_n, a_1, q, n, S_n$ *meghatározása*

**457** Egy mértani sorozat első eleme 2, hányadosa 3. Határozza meg a sorozat 5. elemét és az első 7 tag összegét!

**458** Egy mértani sorozat első eleme –4, hetedik eleme –256.

*a)* Mekkora a sorozat hányadosa? *b)* Számolja ki az első 10 tag összegét!

**459** Egy mértani sorozat hetedik tagja 9, tizennegyedik tagja szintén 9. Számolja ki a sorozat első elemét és hányadosát, valamint az első 100 tag összegét!


**460** Egy mértani sorozat első eleme –1, hányadosa 2, az első $n$ elem összege –8 388 607. Határozza meg $n$ értékét!

**461** Egy mértani sorozat negyedik eleme 40, ötödik eleme 80. Eleme-e ennek a sorozatnak 2560? Ha igen, adja meg, hogy hányadik eleme! Válaszát számolással indokolja!

**462** Iktasson be –10 és 320 közé négy számot úgy, hogy egy mértani sorozat szomszédos elemeit kapja! Határozza meg a mértani sorozat hányadosát!

**463** Dani sérülése után újból edzeni kezd. Ma 3 perccel kezdi az edzést és úgy tervezi, hogy egy héten keresztül mindennap kétszeresére növeli az edzéssel töltött időt.

*a)* Hány percet edz a 7. napon?

*b)* Hány órát edz összesen ezen a héten?

**464** Egy hatalmas trópusi tavon a tavirózsák gyorsan szaporodnak, az általuk befedett terület minden héten az előző hetinek 1,2-szeresére nő. Megfigyelésünk első hetében 2 $m^2$ volt a tavirózsák által befedett terület.

*a)* Mekkora területet takarnak be a tavirózsák a 8. héten?

*b)* Hányadik héten éri el a tavirózsával befedett terület a 2300 $m^2$-t?

## Vegyes feladatok számtani és mértani sorozatokra

*Megoldás* ➟ *187. o.* 0 5 9

*a sorozatok modelljeinek felismerése, alkalmazása; számtani sorozatból mértani, illetve mértani sorozatból számtani sorozat*

**465** Mekkora az 1848-nál kisebb, hárommal osztva 2 maradékot adó pozitív egész számok összege?

**466** Egy tanév alatt összesen 2178 matematikapéldát oldott meg Dotti, az első héten 8, minden következő héten 3-mal több feladatot, mint az előzőn. Hány példát oldott meg az utolsó héten Dotti? Hány hétig foglalkozott ebben a tanévben Dotti a matematikafeladatokkal?

**467** Két testvér két hétig perselybe teszi a nyári munkával megkeresett pénzét. Kati mindennap 100 forinttal többet tesz a perselybe, mint az előző napon, Kitti naponta megduplázza a perselybe dobott pénz értékét. Kati a tizenegyedik napon 2900 Ft-ot, Kitti az első napon 5 forintot dob a perselybe.

*a)* Mennyi pénzt gyűjtenek össze 2 hét (14 nap) alatt külön-külön?

*b)* Hányadik napon lesz Kati perselybeli pénze legalább 30 000 Ft?

*c)* Hányadik napon éri el Kitti perselybeli pénze a 20 000 Ft-ot?

**468** Határozza meg azt a háromjegyű számot, amelyről a következőket tudjuk:

1. számjegyeinek összege 15
2. számjegyei egy növekvő számtani sorozat egymást követő elemei
3. ha a tízesek helyén álló számjegyet 1-gyel csökkentjük, akkor a kapott háromjegyű szám számjegyei egy mértani sorozat egymást követő elemei.

**469** Helgának egymás utáni három napon összesen 6 új ismerőse lett egy közösségi oldalon, az egymás utáni napokon szerzett ismerősök száma egy számtani sorozat első három tagjának felel meg. Ha az első napon 5-tel, a második napon 2-vel, a harmadik napon 1-gyel több ismerőse lett volna, akkor a naponta szerzett ismerősök száma egy mértani sorozat három szomszédos eleme lenne. Melyik ez a mértani sorozat?

**470** Egy háromszög oldalai egy mértani sorozat egymást követő elemei. Ha a legrövidebb oldalt 3 cm-rel, a középső oldalt 4 cm-rel, a leghosszabb oldalt pedig 6 cm-rel csökkentjük, akkor egy olyan 24 cm kerületű háromszög oldalait kapjuk, amelyek egy számtani sorozat egymást követő elemei. Mekkorák a háromszögek oldalai?

**471** Három szám egy számtani sorozat első három eleme. Közülük a legnagyobb és a legkisebb összege 20. Ha az első számhoz 1-et, a másodikhoz 5-öt, a harmadikhoz pedig 13-at hozzáadunk, akkor egy mértani sorozat szomszédos elemeit kapjuk. Határozza meg a számtani sorozat differenciáját és a mértani sorozat kvóciensét!

**472** Egy mértani sorozat három egymást követő tagjával a következőket tesszük: az első taghoz hozzáadunk 8-at, a másodikat 4-gyel, a harmadikat 48-cal csökkentjük. Így egy olyan számtani sorozat három egymást követő tagját kapjuk, melyek összege 180. Határozza meg ennek a sorozatnak a differenciáját!

## Mértani sorozatok szöveges feladatokban

*Megoldás → 189. o.* 0 6 0

*mértani sorozat modelljének felismerése, alkalmazása*

**473** Tatabánya lakossága 2000-ben 78 000 fő volt. A következő 10 évben évről évre 3%-kal nőtt a lakosok száma. Hányan éltek Tatabányán 2010-ben?

**474** Tamás az egyik kozmetikai cég tanácsadója. 16 héttel ezelőtt elhatározta, hogy hétről hétre az előző heti forgalmának 8%-ával emelni fogja az eladások értékét. Terveit sikerült tartani, így ezen a héten 68 520 Ft-nyi forgalma volt. Hány forint értékű kozmetikumot adott el 16 héttel ezelőtt?

**475** Az érettségihez közeledve Vivien egyre több időt töltött tanulással. Minden hétre ugyanannyi százalékkal növelte a tanulási időt, és ezt a növekedést 3 hónapig (12 hétig) folytatta. Az első héten összesen 60 percet tanult, a 12. héten pedig 189 percet. Hány százalékos növekedést tervezett hetente Vivien?

**476** Peti testépítő edzésbe kezdett, és hogy nehogy feladja, elkezdett egy vlogot (videóblogot), amelyben minden héten beszámol az edzéséről az interneten. Az első videóját 262-en nézték meg, a másodikat 288-an, a harmadikat 317-en, a negyediket már 348-an.

*a)* Igaz-e, hogy az eddigi nézők száma megközelítőleg mértani sorozatot alkot?

*b)* Ha később is ugyanebben az ütemben nőne a nézettsége, akkor hányadik héten érhetné el a 10 ezer követőt?

**477** Az érettségizők száma évről évre az előző évi létszámnak megközelítőleg 1,2%-ával csökken. 2005-ben 416 ezren érettségiztek. Hány érettségiző lehet 2020-ban, ha ez a tendencia nem változik?

**478** Egy cég autót vásárol, amely évenként 12%-ot veszít az értékéből. Mennyi volt egy most 8 éves autó ára újonnan, ha most 1 500 000 forintot ér az említett számítás szerint?

**479** A magyar egy főre jutó GDP 15 700 dollár, az osztrák 49 000 dollár körül van. Magyarország 4%-os GDP-növekedést tűzött ki célul, Ausztria növekedése az elmúlt években 2,8% volt. Egy újságíró kiszámolta, hogy ha a magyar növekedés teljesül, az osztrák pedig változatlan marad, az azt jelenti, hogy a magyar GDP a következő évre 628 dollárral, az osztrák 1372 dollárral nő. Így azonban a különbség nem csökken, hanem nő, vagyis Magyarország sosem érheti utol Ausztriát. Igazolja vagy cáfolja ezt az állítást!


**480** Egy gépsor értéke új korában 17 millió forint. Évenként 8%-os értékcsökkenéssel számolva hány év múlva kerül a gépsor értéke 8 millió forint alá?

## Kamatos kamat

*Megoldás ➟ 190. o.* 0 6 1

*mértani sorozatból való következtetés*

**481** Vanessza leköti a bankban a megspórolt 100 000 forintját évi 4,5%-os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel 4 év múlva, ha közben nem változtatott a lekötésen?

**482** Mennyi pénzt tettünk be az egyik bank *Osztálykassza* nevű számlájára 4 évvel ezelőtt, ha a lekötött pénzünk évente 6,5%-ot kamatozott mindvégig és most 192 970 forint van az osztály számláján?

**483** Márk bankba tesz 250 000 forintot, évenként azonos kamatozásra. Két év múlva a betéte kamatokkal növelt értéke 294 849 Ft lett. Hány %-os volt az éves kamatláb?

**484** A szülők első gyermekük születésekor betettek a bankba 10 000 Ft-ot, amit határozatlan időre, de minimum 18 évre lekötöttek évi 8%-os kamatra. A hosszú évek során azonban teljesen elfelejtkeztek róla, így most, amikor eszükbe jutott, meglepődve tapasztalták, hogy a betétük értéke 186 253 Ft-ra nőtt. Hány éves most az első gyermekük, akinek a pénzt szánták?

**485** Egy ikerpár televíziós vetélkedőn nyert 3 millió forintot. Ezt az összeget azután három részre osztották:

– 1 millió forintot lekötötték 5 évre, végig évi 10%-os kamatra (ekkor 5 évig nem lehet kivenni kamatvesztés nélkül pénzt a számláról);
– 1 millió forintot lekötötték 1 évre, évi 5%-os kamatra (ekkor 1 évig nem lehet kivenni kamatvesztés nélkül pénzt a számláról);
– 1 millió forintot olyan számlára tettek be, amelyről bármikor ki lehet venni pénzt, de ennek az összegnek az évi kamatlába csak 1,5%.

Időközben úgy alakult, hogy 5 évig nem volt szükségük a pénzre, így mindhárom betétet bent hagyták a bankban. A kamatlábak az 5 év alatt nem változtak. Mindhárom betétnél minden év végén tőkésítették a kamatot, azaz ettől kezdve a kapott kamat is kamatozott.

*a)* Mennyi pénzük lett kamatokkal együtt az 5. év végére?

*b)* Ugyanez az összeg hány %-os átlagos éves kamattal lett volna elérhető?

**486** Ádám szülei anyagilag is megtervezték gyermekük továbbtanulását. Ezért fiuk 5. születésnapján számlát nyitottak, amin 400 ezer forintot helyeztek el évi 6%-os kamatra. Pontosan 4 év múlva megváltozott a kamatláb, évi 4%-ra csökkent. A fiú 14. születésnapján hozzátettek a számlán eddig összegyűlt pénzhez újabb 300 ezer forintot, ekkor a kamatláb évi 5% lett. Mennyi pénz gyűlt össze a számlán Ádám 18. születésnapjára?

**487** Egy bank két akciót hirdetett a megtakarítási számlán lekötött betétekre 5 éves lekötés esetén:

*A)* Az éves kamatláb 5%, ami az 5 év alatt végig változatlan marad.

*B)* Az éves kamatláb az első évben 9%, majd minden évben 2%-kal csökken.

*a)* Melyik konstrukció esetén lenne több pénzünk az 5 év letelte után a megtakarítási számlán?

*b)* Ha a kedvezőbb konstrukciót választjuk, hány %-kal lenne több pénzünk 5 év múlva a megtakarítási számlán?

**488** Egy család az 5 millió forint spórolt pénzét bankba szeretné tenni, ezért körülnéztek a bankok ajánlatai között. Végül úgy döntöttek, hogy az alábbi három ajánlat közül fognak választani:

1. A bank évente 5% kamatos kamatot fizet, amit a lekötés minden évfordulóján jóváírnak a számlán, a számláról bármely lekötési évfordulón fel lehet venni pénzt.
2. A bank megkétszerezi az összeget, ha 15 évig lekötik a pénzt a számlán. Ha előbb szeretnék felvenni a pénzüket, akkor csak évi 3% kamatos kamatot fizet (minden lekötési évfordulón történő jóváírással) a bank.
3. A bank 5 éves kamatperiódussal számol: az első 5 évben az éves kamatláb 4,5%, a következő 5 évben 5,5%, az utolsó 5 évben 6%. A kamatot minden évben a lekötési évforduló végén jóváírják a számlán, és ettől kezdve a kamat is kamatozik.

*a)* Melyik konstrukciót válasszák, ha 10 évre szeretnék lekötni a pénzüket?

*b)* Melyik konstrukcióval lenne a legtöbb pénzük a számlán, ha 15 év múlva szeretnének lakást vásárolni?

## Összefoglaló feladatsor

*Megoldás* → *191. o.* 0 6 2

### Függvények, sorozatok

**489** Az $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ másodfokú függvény grafikonját úgy kapjuk, hogy a $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = -x^2$ másodfokú függvényt a $\vec{v}(2;\,9)$ vektorral eltoljuk.

*a)* Adja meg az $f$ függvény hozzárendelési utasítását képlettel!

*b)* Határozza meg az $f$ függvény szélsőértékét (a szélsőérték jellegét, helyét és értékét is adja meg!)

*c)* Állapítsa meg az $f$ függvény zérushelyeit!

*d)* Ábrázolja a függvényt a $[-2;\,5]$ intervallumon!

**490** Adott két függvény:

$$f\colon [-6;\,6] \to \mathbb{R},\quad f(x) = \frac{x}{2} + 3$$

$$g\colon [-6;\,6] \to \mathbb{R},\quad g(x) = -|x+1| + 4.$$

*a)* Ábrázolja közös koordináta-rendszerben a két függvényt!

*b)* Adja meg az $f(x) \le g(x)$ egyenlőtlenség megoldásait!

**491** Egy ritka fát akkor ültetnek ki a „faiskolába”, amikor magassága eléri a 12 cm-t. Innentől a magassága az $F(t) = 0{,}12 \cdot 1{,}5^t$ képlettel írható le, ahol $t$ a kiültetéstől eltelt évek számát jelenti, $F(t)$ pedig a fa magasságát méterben.

*a)* Mekkora lesz a fa magassága a kiültetéstől számított 5 év múlva?

*b)* Ha a fa magassága eléri az 1,5 métert, akkor átültetik az erdőbe. A faiskolába ültetés utáni hányadik évben történik ez?

**492** Dorina elhatározta, hogy a nyári szünetben sokat fog olvasni. A szünet első napján 25 oldalt olvasott egy regényből. Mindennap növelte az előző napi olvasási mennyiséget 10 oldallal.

*a)* Hány oldalt olvasott a 7. napon?

*b)* Hány nap alatt olvasta el a 913 oldalas regényt?

*c)* Hány oldalt olvasott az utolsó napon?

**493** Egy család megfigyelte, hogy az elmúlt időszakban átlagosan minden évben 1,2-szer annyit költött benzinre, mint az előző évben.

*a)* Eszerint ha 2014-ben 144 000 Ft-ot fizettek benzinért, akkor várhatóan mennyi lett 2018-ban a család benzinköltsége?

*b)* A megfigyelés alapján és a 2014-es adatot figyelembe véve mennyi pénzt költhetett 2008-ban benzinre a család?

**494** Két 24 cm kerületű derékszögű háromszögről a következőket tudjuk:

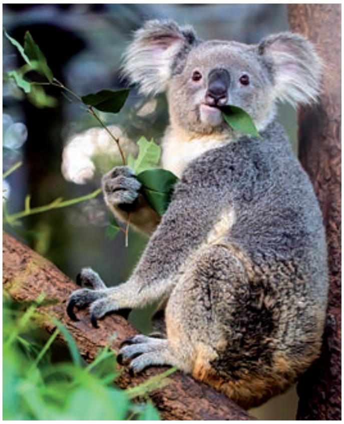
1. az egyik háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő elemei;
2. a másik háromszög oldalai egy mértani sorozat egymást követő elemei.

Számolja ki a háromszögek oldalait! (3 tizedesjegy pontossággal adja meg az oldalhosszakat!)

**495** A vadon élő koalák kipusztulhatnak Ausztráliában. Felmérések szerint a koalák száma évente átlagosan 8,9%-kal csökken. 2009-ben mindössze 43 000 vadon élő koalát számoltak össze.

*a)* Adjon képletet a koalák számára az eltelt idő függvényében, jelölje a 2009 óta eltelt évek számát $t$-vel!

*b)* Számolja ki, hogy 2018-ban (ha ez a becslés teljesült) hány koala élt szabadon Ausztráliában!



**496** Bankba szeretnénk tenni a megspórolt pénzünket, ezért körülnéztünk a bankok ajánlatai között. Az egyik bank ajánlata szerint ha 10 évre lekötjük a pénzünket, akkor a dupláját kapjuk vissza tőlük.

*a)* Hány %-os éves kamatlábnak számítana ez a fajta lekötés, ha kamatos kamatozású számlára tennénk a pénzünket?

Egy másik bank évente 4%-os kamatos kamatot fizet a betétek után.

*b)* Hány év múlva kétszereződne meg ebben a bankban a pénzünk, ha a kamatot mindig a lekötési évforduló végén írják jóvá a számlán?

# Megoldások

megoldások 056

## Számsorozat

**441** Végrehajtjuk a feladat szövegében megadott képzési szabályban megadott utasításokat:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1 + 2 = 3, \quad a_3 = 1 + 2 + 3 = 6,$$
$$a_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10, \quad a_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$

**442** Behelyettesítjük a képletbe a megadott értékeket $n$ helyére:

$$a_3 = 3 \cdot 3 - 7 = 2, \quad a_8 = 3 \cdot 8 - 7 = 17, \quad a_{123} = 3 \cdot 123 - 7 = 362, \quad a_{2017} = 3 \cdot 2017 - 7 = 6044.$$

**443** Az első 10 tag: –1; 1; –1; 1; –1; 1; –1; 1; –1; 1, összegük 0.

**444** Behelyettesítjük a képletbe a megadott értékeket $n$ helyére:

$$a_n = 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 3 = 0, \quad a_2 = 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3 = 1, \quad a_{123} = 2 \cdot 123^2 - 5 \cdot 123 + 3 = 29\,646,$$
$$a_{2017} = 2 \cdot 2017^2 - 5 \cdot 2017 + 3 = 8\,126\,496.$$

**445** Mindkét esetben behelyettesítjük $a_n$ helyére a megadott értéket, majd megoldjuk az egyenleteket:

$$25 = -2n + 33 \quad \Rightarrow \quad n = 4, \text{ ebből következik, hogy a 4. tagja a sorozatnak a 25,}$$
$$-36 = -2n + 33 \quad \Rightarrow \quad n = 34{,}5, \text{ ami nem pozitív egész, tehát nem tagja a sorozatnak.}$$

**446** Mindkét esetben behelyettesítjük $a_n$ helyére a megadott értéket, majd megoldjuk a kapott másodfokú egyenleteket:

$$121 = n^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad n = \sqrt{124} \approx 11{,}14, \text{ ami nem pozitív egész, tehát nem tagja a sorozatnak,}$$
$$141 = n^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad n = 12, \text{ ebből következik, hogy a 12. tagja a sorozatnak a 141.}$$

**447** A megadott képzési szabályba behelyettesítünk:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2a_1 - 4 = 2 \cdot 1 - 4 = -2, \quad a_3 = 2a_2 - 4 = 2 \cdot (-2) - 4 = -8,$$
$$a_4 = 2a_3 - 4 = 2 \cdot (-8) - 4 = -20, \quad a_5 = 2a_4 - 4 = 2 \cdot (-20) - 4 = -44.$$

**448** A megadott képzési szabályba behelyettesítünk:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2, \quad a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3, \quad a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5,$$
$$a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8, \quad a_7 = a_5 + a_6 = 5 + 8 = 13, \quad a_8 = a_6 + a_7 = 8 + 13 = 21.$$

megoldások 057

## Számtani sorozat

**449** Behelyettesítünk a képletekbe:

$$a_{10} = a_1 + 9 \cdot d = 8 + 9 \cdot 3 = 35,$$
$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{8 + 35}{2} \cdot 10 = 215.$$

**450** Behelyettesítünk a 11. elemet leíró képletbe, majd kiszámoljuk $d$-t:

$$a_1 = -4, \quad a_{11} = 11 = a_1 + 10 \cdot d \quad \Rightarrow \quad 11 = -4 + 10 \cdot d \quad \Rightarrow \quad d = 1{,}5,$$

Behelyettesítünk a 8. elemet leíró képletbe:

$$a_8 = a_1 + 7 \cdot d = -4 + 7 \cdot 1{,}5 = 6{,}5.$$

Alkalmazzuk az első 8 elem összegét leíró képletet:

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = \frac{-4 + 6{,}5}{2} \cdot 8 = 10.$$

**451** A 7. és 14. elemre egyenletrendszert írunk fel, behelyettesítjük az ismert adatokat:

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot d = 9 \quad \text{és} \quad a_{14} = a_1 + 13 \cdot d = -19.$$

A két egyenletet kivonjuk egymásból, így kiesik $a_1$:

$$7 \cdot d = -28 \;\Rightarrow\; d = -4.$$

Ezt behelyettesítjük az egyik $a_1$-et tartalmazó egyenletbe:

$$a_1 + 6 \cdot (-4) = 9 \;\Rightarrow\; a_1 = 33.$$

Kiszámoljuk a 10. elemet, a kapott értéket behelyettesítjük az összegképletbe:

$$a_{10} = a_1 + 9 \cdot d = 33 + 9 \cdot (-4) = -3,$$

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{33 - 3}{2} \cdot 10 = 150.$$

**452** Felírjuk az összegképletet, behelyettesítünk, rendezzük:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n,$$

$$540 = \frac{2 \cdot (-13) + (n-1) \cdot 7}{2} \cdot n \;\Rightarrow\; 1080 = (-33 + 7n) \cdot n \;\Rightarrow\; 7n^2 - 33n - 1080 = 0$$

másodfokú egyenletet kapunk, amelynek gyökei:

$$n_1 = -\frac{72}{7}, \text{ ez nem megoldás, } \quad n_2 = 15.$$

**453** Kiszámoljuk $d$-t, majd a 7. elem képletéből a sorozat 1. elemét:

$$d = 13 - 9 = 4 \;\Rightarrow\; a_1 + 6 \cdot 4 = 9 \;\Rightarrow\; a_1 = -15.$$

Tegyük fel, hogy az 1301 az $n$-edik eleme a sorozatnak:

$$1301 = -15 + (n-1) \cdot 4,$$

ebből kiszámoljuk $n$-et:

$$n = 330, \text{ így a 330. eleme a sorozatnak.}$$

**454** *a)* $a_{15} = 10 + 14 \cdot 2 = 38$ szót tanul meg a 15. napon.

*b)* $a_{30} = 10 + 29 \cdot 2 = 68$, így $S_{30} = \dfrac{10 + 68}{2} \cdot 30 = 1170$ szót tanul meg összesen.

**455** Megalkotjuk a modellt, majd erre egyenletrendszert írunk fel, behelyettesítjük az első elemet és a differenciát. Így kétismeretlenes egyenletrendszert kapunk, amit a behelyettesítő módszerrel megoldunk:

$$\left.\begin{aligned} a_2 + a_8 &= 38 \\ a_9 - 24 &= a_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} a_1 + d + a_1 + 7d &= 38 \\ a_1 + 8d - 24 &= a_1 + 2d \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 2a_1 + 8 \cdot 4 &= 38 \\ d &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_1 = 3,\, a_7 = 3 + 6 \cdot 4 = 27.$$

Az első polcon 3, a hetedik polcon 27 könyv van.

**456** A sorok száma:

$$522 = 0 + (n-1) \cdot 18, \quad \text{ebből} \quad n = 30.$$

A nézők száma:

$$a_{30} = 150 + 29 \cdot 5 = 295 \;\Rightarrow\; S_{30} = \frac{150 + 295}{2} \cdot 30 = 6675 \text{ néző volt.}$$

# Mértani sorozat

**457** Behelyettesítünk a képletekbe:

$$a_5 = 2 \cdot 3^4 = 162, \quad S_7 = 2 \cdot \frac{3^7 - 1}{3 - 1} = 2186.$$

**458** *a)* Behelyettesítünk a 7. elemet leíró képletbe, majd kiszámoljuk $q$-t:

$$-256 = -4 \cdot q^6 \;\Rightarrow\; q^6 = 64 \;\Rightarrow\; q_1 = 2,\ q_2 = -2, \text{ tehát 2 ilyen sorozat van.}$$

*b)* Behelyettesítünk az összegképletbe:

$$\text{1. sorozat: } S_{10} = -4 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = -4092,$$

$$\text{2. sorozat: } S_{10} = -4 \cdot \frac{(-2)^{10} - 1}{-2 - 1} = 1364.$$

**459** Egyenletrendszert írunk fel:

$$\left.\begin{aligned} a_1 \cdot q^6 &= 9 \\ a_1 \cdot q^{13} &= 9 \end{aligned}\right\} \;\Rightarrow\; \text{az egyenletek bal és jobb oldalait egymással osztjuk: } q^7 = 1, \text{ amiből } q = 1.$$

Visszahelyettesítjük $q$-t az egyik egyenletbe, megkapjuk, hogy

$$a_1 = 9 \;\Rightarrow\; S_{100} = 100 \cdot 9 = 900.$$

**460** Behelyettesítünk az összegképletbe, és kifejezzük belőle $2^n$-t:

$$-8\,388\,607 = -1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \;\Rightarrow\; 8\,388\,608 = 2^n.$$

Mindkét oldal logaritmusát vesszük:

$$n = \log_2 8388608 = \frac{\lg 8388608}{\lg 2} = 23.$$

**461** Meghatározzuk $q$-t, majd a 4. elem képletéből a sorozat első elemét:

$$q = \frac{80}{40} = 2 \;\Rightarrow\; 40 = a_1 \cdot 2^3 \;\Rightarrow\; a_1 = 5.$$

Tegyük fel, hogy 2560 $n$-edik eleme a sorozatnak:

$$2560 = 5 \cdot 2^{n-1} \;\Rightarrow\; 512 = 2^{n-1},$$

$$512 = 2^9, \text{ ebből } n - 1 = 9, \text{ vagyis } n = 10 \;\Rightarrow\; 10. \text{ eleme.}$$

**462** Összesen hat szám szerepel a feladatban, egy mértani sorozat első hat eleme, így a 6. elemre vonatkozó képletből kiszámoljuk $q$-t:

$$320 = -10 \cdot q^5 \;\Rightarrow\; -32 = q^5 \;\Rightarrow\; q = -2.$$

A beiktatott számok: 20, –40, 80, –160.

**463** *a)* $3 \cdot 2^6 = 192$ percet edz a 7. napon.

*b)* $S_7 = 3 \cdot \dfrac{2^7 - 1}{2 - 1} = 381$ perc = 6 óra 21 percet = 6,35 órát edz összesen az első héten.




**464** *a)* $2 \cdot 1{,}2^7 \approx 7{,}17\ \text{m}^2$

*b)* $2 \cdot 1{,}2^{n-1} = 2300 \quad \Rightarrow \quad 1{,}2^{n-1} = 1150$

Mindkét oldal logaritmusát vesszük:

$$n - 1 = \log_{1,2} 1150 = \frac{\lg 1150}{\lg 1{,}2} \approx 38{,}65.$$

Ebből $n = 39{,}65 \quad \Rightarrow \quad$ 40. héten.

megoldások 0 5 9

## Vegyes feladatok számtani és mértani sorozatokra

Elsősorban azt kell eldöntenünk, hogy az egymás után következő elemek különbsége vagy hányadosa állandó. Ha mindkét típusú sorozat szerepel a feladatban, akkor célszerű a számtani sorozat adatainak segítségével egyenletet felírni (ha lehetséges), mert akkor csak elsőfokú egyenletet kell megoldanunk.

**465** Az első ilyen szám a 2, az utolsó pedig 1847, a számok számtani sorozatot alkotnak:

$$a_1 = 2, \quad d = 3, \quad a_n = 1847 = 2 + (n-1) \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad n = 616.$$

$$S_{616} = \frac{2 + 1847}{2} \cdot 616 = 569\,492.$$

**466** Számtani sorozat: $a_1 = 8$, $d = 3$, $S_n = 2178$.

Behelyettesítünk az összegképletbe, rendezzük, másodfokú egyenletet kapunk:

$$\frac{16 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n = 2178 \quad \Rightarrow \quad (13 + 3n)n = 4356 \quad \Rightarrow \quad 3n^2 + 13n - 4356 = 0.$$

Az egyenlet gyökei:

$$n_1 = -\frac{121}{3}, \text{ ez nem megoldás,} \quad n_2 = 36,$$

tehát 36 hétig matekozott, az utolsó héten $a_{36} = 8 + 35 \cdot 3 = 113$ példát oldott meg Dotti.

**467** *a)* Kati (számtani sorozattal):

$$2900 = a_1 + 10 \cdot 100 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 1900 \quad \Rightarrow \quad S_{14} = \frac{2 \cdot 1900 + 13 \cdot 100}{2} \cdot 14 = 35\,700 \text{ Ft.}$$

Kitti (mértani sorozattal):

$$S_{14} = 5 \cdot \frac{2^{14} - 1}{2 - 1} = 81\,915 \text{ Ft.}$$

*b)* A számtani sorozat összegképletéből meghatározzuk $n$-t:

$$\frac{2 \cdot 1900 + (n-1) \cdot 100}{2} \cdot n \geq 30\,000 \quad \Rightarrow \quad 100n^2 + 3700n - 60\,000 \geq 0,$$

amiből $n \geq 12{,}2$ vagy $n \leq -49{,}2$ (ami a feladat szövege szerint nem ad megoldást) $\Rightarrow$ a 13. napon.

*c)* A mértani sorozat összegképletéből meghatározzuk $n$-t:

$$5 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \geq 20\,000 \quad \Rightarrow \quad 2^n \geq 4001 \quad \Rightarrow \quad n \geq 11{,}97 \quad \Rightarrow \quad \text{a 12. napon.}$$

**468** Számjegyek: $a-d$, $a$, $a+d$, összegük $3a=15 \Rightarrow a=5$, ekkor a számjegyek: $5-d$, $5$, $5+d$, de $d>0$ (növekvő számtani sorozat).

Csökkentés után: $5-d$, $4$, $5+d \Rightarrow$ a mértani sorozat hányadosa kétféleképpen:

$$\frac{4}{5-d}=\frac{5+d}{4}.$$

Keresztbe szorzunk, felbontjuk a zárójeleket, majd rendezzük az egyenletet:

$$16=(5+d)(5-d) \quad \Rightarrow \quad d^2=9 \quad \Rightarrow \quad d=3 \quad \Rightarrow \quad \text{a háromjegyű szám } 258.$$

**469** Ismerősök: $a-d$, $a$, $a+d$, összegük $3a=6 \Rightarrow a=2$, így az ismerősök száma: $2-d$, $2$, $2+d$.

Mértani: $7-d$, $4$, $3+d \Rightarrow$ a mértani sorozat hányadosa kétféleképpen:

$$\frac{4}{7-d}=\frac{3+d}{4}.$$

Keresztbe szorzunk, felbontjuk a zárójeleket, majd rendezzük az egyenletet:

$$16=(7-d)(3+d) \quad \Rightarrow \quad d^2-4d-5=0.$$

Az egyenlet gyökei:

$$d_1=5, \text{ ekkor az ismerősök száma: } -3, 2, 7, \text{ ez nem megoldás,}$$

$$d_2=-1, \text{ ekkor az ismerősök száma: } 3, 2, 1 \quad \Rightarrow \quad \text{a mértani sorozat: } 8, 4, 2.$$

**470** A megváltoztatott oldalak számtani sorozat elemei: $a-d$, $a$, $a+d$, összegük $3a=24 \Rightarrow a=8$. Ebből a háromszög oldalai: $8-d$, $8$, $8+d$.

Az eredeti oldalak egy mértani sorozat elemei: $11-d$, $12$, $14+d \Rightarrow$ a mértani sorozat hányadosa kétféleképpen:

$$\frac{12}{11-d}=\frac{14+d}{12}.$$

Keresztbe szorzunk, felbontjuk a zárójeleket, majd rendezzük és megoldjuk az egyenletet:

$$144=(11-d)(14+d) \quad \Rightarrow \quad d_1=2,\ d_2=-5.$$

Ha $d=2$, a mértani sorozat: 9, 12, 16; ha pedig $d=-5$, a mértani sorozat: 16, 12, 9, ami nem felel meg a növekvő feltételnek, így a háromszög oldalai: 9 cm, 12 cm, 16 cm.

**471** A számok: $a-d$, $a$, $a+d \Rightarrow 2a=20 \Rightarrow a=10$, így a számok: $10-d$, $10$, $10+d$.

Az új számok: $11-d$, $15$, $23+d$, a mértani sorozat hányadosa kétféleképpen:

$$\frac{15}{11-d}=\frac{23+d}{15}.$$

Keresztbe szorzunk, felbontjuk a zárójeleket, majd rendezzük és megoldjuk az egyenletet:

$$225=(23+d)(11-d) \quad \Rightarrow \quad d^2+12d-28=0 \quad \Rightarrow \quad d_1=2,\ d_2=-14.$$

Két megoldás van: $d_1=2$, ekkor $q_1=\dfrac{15}{11-2}=\dfrac{5}{3}$, illetve $d_2=-14$, ekkor $q_2=\dfrac{15}{11-(-14)}=\dfrac{3}{5}$.

**472** A számtani sorozat: $a-d$, $a$, $a+d \Rightarrow 3a=180 \Rightarrow a=60$, így az elemek: $60-d$, $60$, $60+d$.

A mértani sorozat: $52-d$, $64$, $108+d$, ekkor a sorozat hányadosa kétféleképpen:

$$\frac{64}{52-d}=\frac{108+d}{64}.$$

Keresztbe szorzunk, felbontjuk a zárójeleket, majd rendezzük és megoldjuk az egyenletet:

$$4096=(108+d)(52-d) \quad \Rightarrow \quad d^2+56d-1520=0 \quad \Rightarrow \quad d_1=20,\ d_2=-76.$$


megoldások 0 6 0

# Mértani sorozatok szöveges feladatokban

**473** A 11. elem: $78\,000 \cdot 1{,}03^{10} \approx 104\,825$.

**474** A 17. elemre felírt egyenletbe helyettesítünk:

$$x \cdot 1{,}08^{16} = 68\,520 \quad \Rightarrow \quad x \approx 20\,000 \text{ Ft.}$$

**475** A 12. elemre felírt egyenletbe helyettesítünk és megoldjuk az egyenletet:

$$60 \cdot x^{11} = 189 \quad \Rightarrow \quad x = 1{,}1099 \quad \Rightarrow \quad 10{,}99\%\text{-os növekedés.}$$

**476** *a)* Ha mértani sorozatot alkotna a követők száma, akkor az egymás utáni napok nézőinek hányadosa állandó lenne:

$$\frac{288}{262} \approx 1{,}0992 \approx 1{,}1; \qquad \frac{317}{288} \approx 1{,}1007 \approx 1{,}1; \qquad \frac{348}{317} \approx 1{,}0978 \approx 1{,}1.$$

Mivel mindhárom hányados 1,1-re kerekíthető, így olyan mértani sorozatnak tekinthető a követők száma, amelynek első eleme 262, hányadosa 1,1.

*b)* Az $n$-edik héten érné el, így $a_n = 10\,000$, ebből $10\,000 = 26 \cdot 1{,}1^n$.

Rendezzük az egyenletet:

$$1{,}1^n = \frac{10\,000}{26} \quad \Rightarrow \quad n = \log_{1{,}1}\frac{10\,000}{26} = \frac{\lg\dfrac{10\,000}{26}}{\lg 1{,}0} \approx 62{,}45.$$

Így a 63. héten érné el a követők száma a 10 000-et.

**477** A 16. elemre felírt egyenletbe helyettesítünk:

$$416\,000 \cdot 0{,}988^{15} \approx 347\,094 \text{ érettségiző.}$$

**478** $x \cdot 0{,}88^8 = 1\,500\,000 \Rightarrow x \approx 4\,170\,901$ Ft

**479** Magyarország GDP-növekedése mértani sorozatot alkot, amelynek első eleme 15 700, hányadosa 1,04, ugyanez Ausztria esetében olyan mértani sorozat, amelynek első eleme 49 000, hányadosa 1,028. Így $n$ év múlva a magyar GDP $15\,700 \cdot 1{,}04^n$, az osztrák GDP $49\,000 \cdot 1{,}028^n$.

Magyarország akkor éri utol Ausztriát GDP-ben, ha van olyan év, vagyis van olyan $n$, amelyre az előbbi két érték egyenlő: $15\,700 \cdot 1{,}04^n = 49\,000 \cdot 1{,}028^n$.

Megoldjuk ezt az egyenletet:

$$\frac{1{,}04^n}{1{,}028^n} = \frac{49\,000}{15\,700} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1{,}04}{1{,}028}\right)^n = \frac{490}{157}.$$

Vesszük mindkét oldal logaritmusát:

$$n = \log_{\frac{1{,}04}{1{,}028}}\frac{490}{157} = \frac{\lg\dfrac{490}{157}}{\lg\dfrac{1{,}04}{1{,}028}} \approx 98{,}07.$$

Tehát ha maradnának a növekedési adatok, Magyarország kb. 98 év múlva utolérhetné Ausztriát.

**480** Az általános tagra felírt egyenletbe helyettesítünk és megoldjuk:

$$17 \cdot 0{,}92^x = 8 \quad \Rightarrow \quad 0{,}92^x = \frac{8}{17}.$$

Ebből:

$$x = \log_{0{,}92} \frac{8}{17} = \frac{\lg \frac{8}{17}}{\lg 0{,}92} \approx 9{,}04,$$

tehát 9 év múlva, azaz a 10. évben.

megoldások 061

## Kamatos kamat

Figyelnünk kell arra, hogy a sorozat elemei hogyan vannak összhangban a feladat szövegével (az indexek elcsúszhatnak). A feladatokban elvileg a mértani sorozat általános tagjának képletét és az összegképletet is alkalmazhatjuk.

**481** $100\,000 \cdot 1{,}045^4 \approx 119\,252$ Ft

**482** $x \cdot 1{,}065^4 = 192\,970 \quad \Rightarrow \quad x \approx 150\,000$ Ft

**483** $250\,000 \cdot x^2 = 294\,849 \quad \Rightarrow \quad x = 1{,}086 \quad \Rightarrow \quad 8{,}6\%$

**484** $10\,000 \cdot 1{,}08^x = 186\,253 \quad \Rightarrow \quad 1{,}08^x = 18{,}6253$, ebből

$$x = \log_{1{,}08} 18{,}6253 = \frac{\lg 18{,}6253}{\lg 1{,}08} \approx 38.$$

$x \approx 38$ éves.

**485** *a)* 1. $1\,000\,000 \cdot 1{,}1^5 = 1\,610\,510$ Ft

2. $1\,000\,000 \cdot 1{,}05^5 \approx 1\,276\,282$ Ft

3. $1\,000\,000 \cdot 1{,}015^5 \approx 1\,077\,284$ Ft

Összesen $1\,610\,510 + 1\,276\,282 + 1\,077\,284 = 3\,964\,076$ Ft-juk lett kamatokkal együtt az 5. év végére.

*b)* Ez az összeg átlagosan évi

$$3\,000\,000 \cdot x^5 = 3\,964\,076 \quad \Rightarrow \quad x \approx 1{,}057 \quad \Rightarrow \quad 5{,}7\% \text{ kamatot jelent.}$$

**486** A 9. születésnapra $400\,000 \cdot 1{,}06^4 \approx 504\,991$ Ft lett a számlán. Ezután a kamat csökkent, így a 14. születésnapra $504\,991 \cdot 1{,}04^5 \approx 614\,399$ Ft volt a bankban.

Ekkor a szülők hozzátettek 300 ezer forintot, ami 4 évig kamatozott, így a számlán összegyűlt összeg: $(614\,399 + 300\,000) \cdot 1{,}05^4 \approx 1\,111\,458$ Ft.

**487** Ha $x$ összeget teszünk a számlára, akkor 5 év múlva az egyes esetekben a következő összeg lesz a számlán:

*A)* $x \cdot 1{,}05^5 \approx x \cdot 1{,}2763$ *B)* $x \cdot 1{,}09 \cdot 1{,}07 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}01 \approx x \cdot 1{,}2740.$

*a)* Az *A)* konstrukció esetén lenne több pénzünk.

*b)* $\dfrac{x \cdot 1{,}2763}{x \cdot 1{,}2740} \approx 1{,}0018 = 100{,}18\%$, vagyis $0{,}18\%$-kal lenne több pénzünk.


**488** *a)* 10 év múlva:

1. $5\,000\,000 \cdot 1{,}05^{10} \approx 8\,144\,473$ Ft lesz a számlán.
2. Mivel nem kötik le 15 évre, így csak 3% kamatot kapnak: $5\,000\,000 \cdot 1{,}03^{10} \approx 6\,719\,582$ Ft lesz a számlán.
3. $5\,000\,000 \cdot 1{,}045^5 \cdot 1{,}055^5 \approx 8\,143\,550$ Ft lesz a számlán.

Ekkor az első konstrukciót érdemes választaniuk.

*b)* 15 év múlva:

1. $5\,000\,000 \cdot 1{,}05^{15} \approx 10\,394\,641$ Ft lesz a számlán.
2. 15 évre kötik le a pénzüket, így megkétszerezik, azaz $10\,000\,000$ Ft lesz a számlán.
3. $5\,000\,000 \cdot 1{,}045^5 \cdot 1{,}055^5 \cdot 1{,}06^5 \approx 10\,897\,907$ Ft lesz a számlán.

Ekkor a harmadik konstrukciót érdemes választaniuk.

megoldások 0 6 2

# Összefoglaló feladatsor

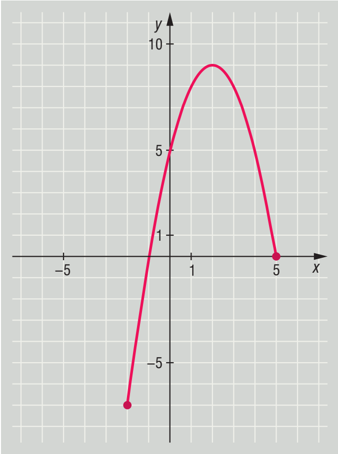
## Függvények, sorozatok

**489** *a)* $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -(x-2)^2 + 9$

*b)* Maximuma van az $x = 2$ helyen, a maximum értéke $y = 9$.

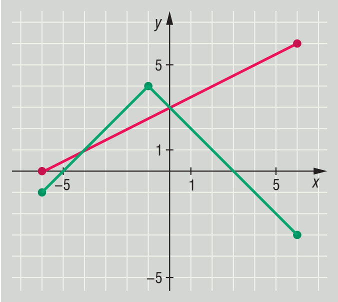
*c)* $0 = -(x-2)^2 + 9 \;\Rightarrow\; x - 2 = \pm 3,$ amiből $x_1 = 5, x_2 = -1$

*d)* A függvény grafikonja az ábrán látható.




**490** *a)* A függvények grafikonja az ábrán látható.

*b)* $x \in [-4; 0]$




**491** *a)* $F(5) = 0{,}12 \cdot 1{,}5^5 = 0{,}91125$ m $= 91{,}125$ cm lesz a fa magassága.

*b)* $1{,}5 = 0{,}12 \cdot 1{,}5^t \;\Rightarrow\; 1{,}5^t = 12{,}5 \;\Rightarrow$ logaritmussal $t \approx 6{,}22 \;\Rightarrow$ a fa magassága az 1,5 métert a 7. évben éri el.

**492** *a)* $a_7 = 25 + 6 \cdot 10 = 85$ oldalt olvasott.

*b)* Az összegképletet felhasználva:

$$913 = \frac{2 \cdot 25 + (n-1) \cdot 10}{2} \cdot n \;\Rightarrow\; 1826 = (40 + 10n)n \;\Rightarrow\; 10n^2 + 40n - 1826 = 0,$$

amiből $n_1 = 11{,}66$; $n_2 = -15{,}66$ (ez nem értelmezhető), vagyis a 12. napon olvasta el ezt a regényt.

*c)* $S_{11} = \dfrac{2 \cdot 25 + 10 \cdot 10}{2} \cdot 11 = 825$; $913 - 825 = 88$ oldalt olvasott az utolsó napon.

**493** *a)* $144\,000 \cdot 1{,}2^4 = 298\,598{,}4$ Ft lesz várhatóan a benzinköltség.

*b)* $x \cdot 1{,}2^6 = 144\,000 \;\Rightarrow\; 48\,225{,}3$ Ft-ot költhettek benzinre.

**494** Számtani sorozat: befogók: $a - d$, $a$, átfogó: $a + d$, ahol $d > 0 \;\Rightarrow\; 3a = 24 \;\Rightarrow\; a = 8$.
Ebből a háromszög oldalai: $8 - d$, $8$, $8 + d$.
Mivel derékszögű a háromszög, felírjuk a Pitagorasz-tételt:

$$(8-d)^2 + 8^2 = (8+d)^2.$$

Felbontjuk a zárójeleket és megoldjuk az egyenletet:

$$64 = 32d \;\Rightarrow\; d = 2,$$

így az oldalak: 6 cm, 8 cm, 10 cm.

Mértani sorozat: befogók: $a$, $aq$, átfogó: $aq^2$, ahol $q > 1$.
Mivel derékszögű a háromszög, felírjuk a Pitagorasz-tételt:

$$a^2 + (aq)^2 = (aq^2)^2 \overset{:a^2}{\Rightarrow} 1 + q^2 = q^4,$$

$q^2$-re nézve másodfokú egyenlet, amelynek gyökei $q^2 = -0{,}618$, ami nem ad megoldást és $q^2 = 1{,}618$, amiből $q = 1{,}272$ lehet csak megoldás:

$$a + 1{,}272a + 1{,}618a = 24 \;\Rightarrow\; a = 6{,}170,$$

így az oldalak: 6,170 cm, 7,848 cm, 9,983 cm.

**495** *a)* $K(t) = 43\,000 \cdot 0{,}911^t$

*b)* $K(t) = 43\,000 \cdot 0{,}911^9 \approx 18\,584$ koala

**496** Ha $x$ összeget helyeznénk el a bankban és

*a)* $q$-szorosára változik minden évben a számlán levő pénz, akkor

$$x \cdot q^{10} = 2 \cdot x.$$

Osztunk $x$-szel, majd gyököt vonunk: $q = \sqrt[10]{2} \approx 1{,}0718$, ebből évente 107,18%-ára, azaz évente 7,18% a kamatláb.

*b)* $n$ évig tartjuk bankban a pénzünket, akkor

$$x \cdot 1{,}04^n = 2 \cdot x.$$

Osztunk $x$-szel, majd logaritmizálunk:

$$1{,}04^n = 2 \;\Rightarrow\; n = \log_{1{,}04} 2 = \frac{\lg 2}{\lg 1{,}04} \approx 17{,}67,$$

így 18 év múlva kétszereződne meg a pénzünk.