5. Halmazok, kombinatorika

178.o./1.

Málta ∈A Luxemburg ∈A

Chile ∈ B Kanada ∈ B   Mexikó ∈ B

Ghána ∈ C Nigéria ∈ C Tanzánia ∈ C Egyiptom ∈ B

Az *A* halmaz elemei lehetnek még Németország, Magyarország, Ausztria.
A *B* halmaz elemei lehetnek még Nepál, Venezuela, Argentína.
A *C* halmaz elemei lehetnek még Marokkó, Egyiptom, Dél-Afrikai Köztársaság.

178.o./2.

A = {A walesi bárdok, A fülemüle, Családi kör}
P = {A négyökrös szekér, Szeptember végén, Nemzeti dal}

178.o./3.

A = {Ausztria, Szlovénia, Horvátország, Szerbia, Románia, Ukrajna, Szlovákia}
B = {Aulich Lajos, Damjanich János, Dessewffy Arisztid, Kiss Ernő, Knezič Károly, Láhner György, Lázár Vilmos, Leiningen-Westerburg Károly, Nagysándor József, Poeltenberg Ernő, Schweidel József, Török Ignác, Vécsey Károly}
C = { Baradlay Ödön, Baradlay Richárd, Baradlay Jenő}

178.o./4.

a) Bolygók
b) Giuseppe Verdi operái
c) Húros hangszerek
d) Magyar festők

178.o./5.

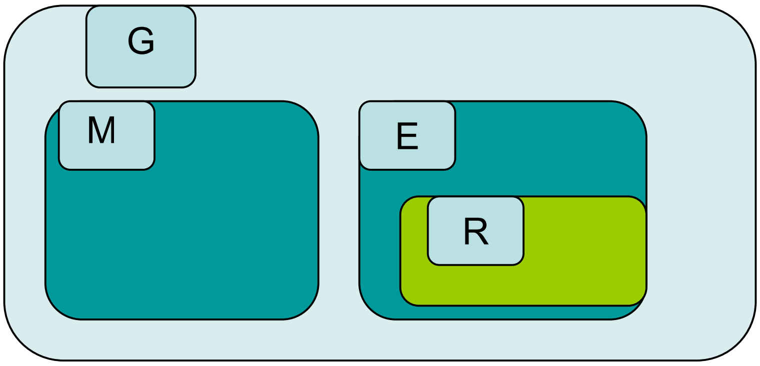
Halmazok!!!

a) Salamon a kakukktojás, mert nem magyar király volt
   Király
   Magyar király
   Szent István, Szent László, IV. Béla, III. András, Mátyás király
b) Eiffel-torony a kakukktojás, mert Párizsban található
   Híres épületek
   Angliai épületek
   Tower, Szent Pál- székesegyház, British Museum, Buckingham palota

178.o./6.

a) {21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29}
b) {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
c) {-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}
d) {11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99}

179.o./7.

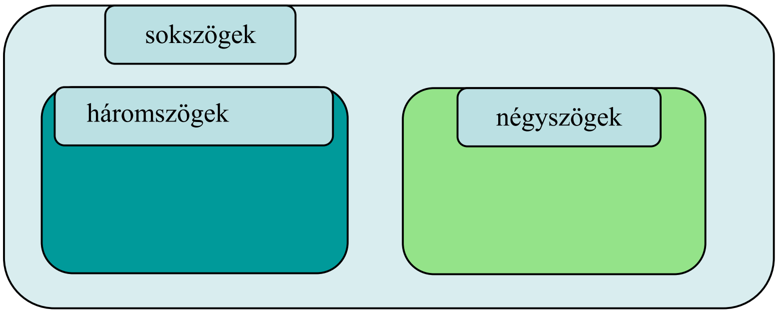


a, pingvin∈**M,** strucc∈**M,** mormota ∈ **R,** delfin ∈ **E,** teve ∈ **E,** papagáj ∈ **M**

b, 1. igaz 2. igaz 3. hamis 4. Hamis

c, $\mathbf{R} \subseteq \mathbf{E} \subseteq \mathbf{G}$ $\mathbf{M} \subseteq \mathbf{G}$

179.o./8.



a) Igaz
b) Hamis
c) Igaz
d) Hamis

179.o./9. $N \subseteq Z \subseteq Q$

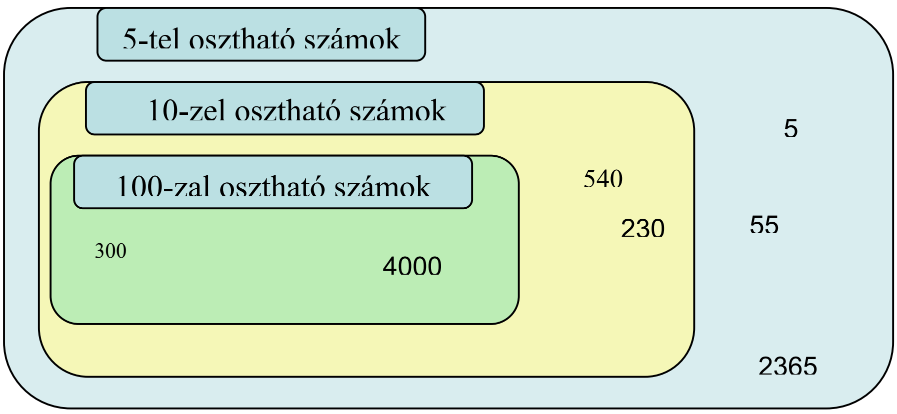
179.o./10.

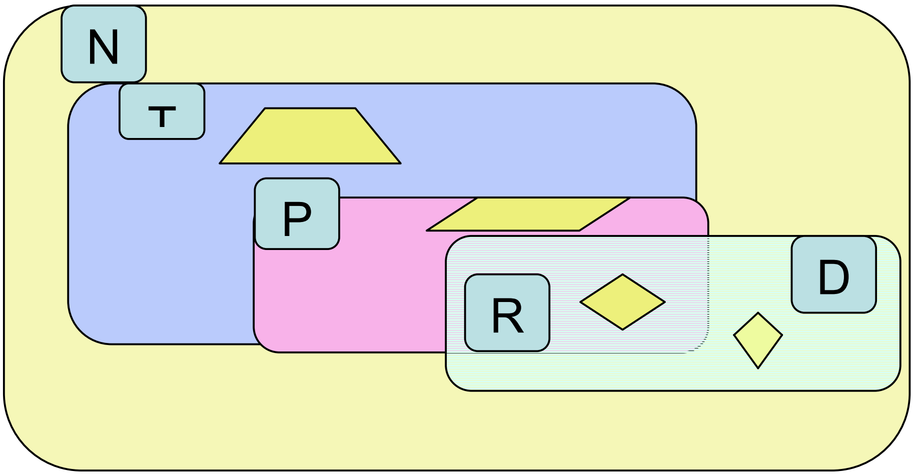
1. hamis
2. igaz
3. igaz
4. igaz
5. hamis

$C \subseteq B$

$C \subseteq A$

$B \subseteq A$

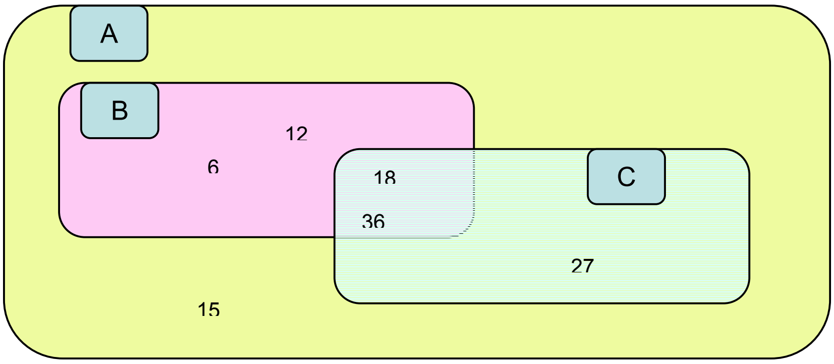




b., $\mathbf{R \subseteq P}$
$\mathbf{P \subseteq T}$
$\mathbf{R \subseteq T}$
$\mathbf{D \subseteq N}$
$\mathbf{R \subseteq N}$
$\mathbf{P \subseteq N}$
$\mathbf{T \subseteq N}$

c., 1. igaz
2. hamis
3. igaz
4. igaz
5. igaz
6. hamis

180.o./12.



b., $B \subseteq A$
$C \subseteq A$

c., Minden 6-tal osztható szám osztható 3-mal is.
Minden 9-cel osztható szám osztható 3-mal is.
Van olyan 9-cel osztható szám, amely osztható 6-tal is.
Van olyan 3-mal osztható szám, amely nem osztható 9-cel osztható.
Ha egy szám osztható 6-tal, akkor osztható 3-mal is.
Ha egy szám osztható 9-cel, akkor osztható 3-mal is.

180.o./13.
Ábra!

A = {6 egybevágó négyzetből álló sokszögek}
B = {kockahálók}
$B \subseteq A$

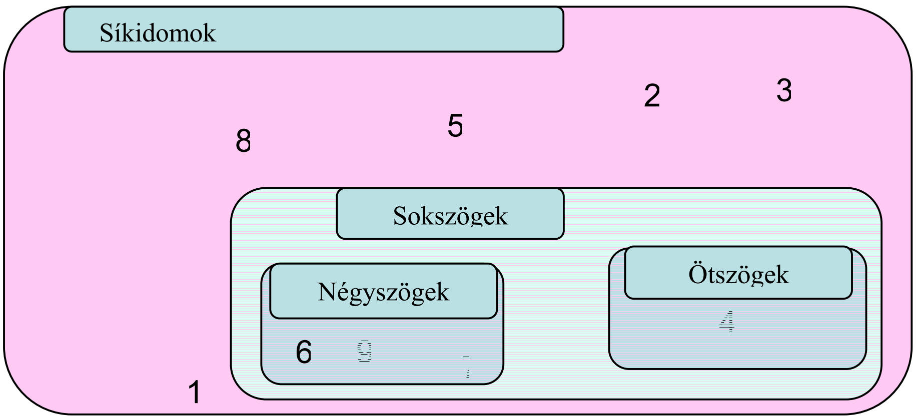
Az 1. 2. és 3. egy kocka kiterített hálója, ha ugyanis ezeket papírból kivágjuk, akkor a kocka felépíthető, így a B halmaz elemei. A 4. és 5.-ből nem lehet kockát hajtogatni, így a B halmazba nem, de az A halmazba beletartoznak.

180.o./14.

Ábra!!!

a) Igaz pl. a tk. 180.o./15. feladat 6. sorszámú négyszögét
b) Igaz pl. a tk. 180.o./15. feladat 6. sorszámú négyszögét
c) Igaz pl. a tk. 180.o./15. feladat 6. sorszámú négyszögét

180.o./15. Első megoldás (a négyszögeket azok sorszámaival jelöltük):



Második megoldás (a négyszögeket azok sorszámaival jelöltük):

A = {konkáv síkidom}= {3.,6.,8.}
B = {konvex síkidom}= {1.,2., 4., 5., 7., 9.}

Ábra!!!

180.o./Rejtvény

Nem biztos, hogy esni fog, mivel az állítás azt mondja, hogy eső előtt dorombol, de ez nem zárja ki, hogy más történés előtt ne dorombolna.

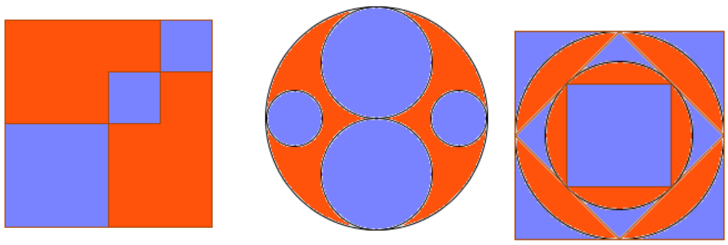
185.o./1.

$\overline{A} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
$\overline{B} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
$\overline{C} = \{91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99\}$
$\overline{D} = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$

185.o./2.
$\overline{A} = C$ $\qquad$ $\overline{D} = F$

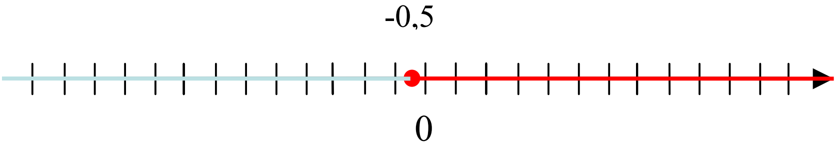
Ábrák!!!

185.o./3.

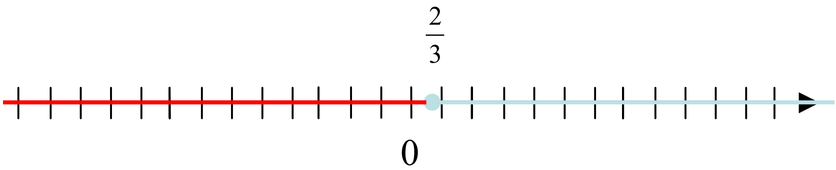


186.o./4.

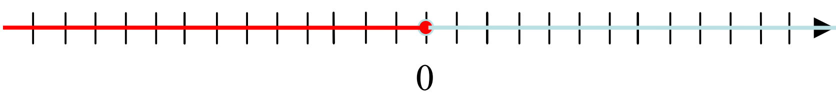
4. a,



b,



c,



186.o./5.

Ha Dorka mindig igazat mond, akkor a gondolt szám 100-nál nem kisebb, páros, 110-nél kisebb, és 5-tel osztható. Ez a szám a 100.

189.o./6.

a) Az 1-es számjegyet nem tartalmazó 3 jegyű számok.
b) **E** és $\overline{E}$ halmazoknak összesen annyi eleme van, ahány háromjegyű szám van. 100-tól 999-ig 900 szám van. Az **E** halmaz elemeinek száma $100+8(10+9)=252$. Innen a $\overline{E}$ halmaz elemeinek száma $900-252=648$.

186.o./7.

	Éva	Ágota	Kati
lakhely	Veszprém	Kecskemét	Szeged
nyelv	olasz	német	angol

Kati Szegeden lakik és angolt tanul.

186.o./8.

Három esetet lehet elkülöníteni, ha valamelyik gyerek hazudik.
Gabi igazat mond ,és Viki hazudik. Ekkor
A, igaz B, hamis C, hamis D, hamis E, hamis F, igaz
Gabi hazudik, és Viki igazat mond. Ekkor
A, hamis B, igaz C, igaz D, hamis E, hamis F, hamis
Mindketten hazudnak.
A, hamis B, hamis C, hamis D, hamis E, igaz F, hamis

A D) minden esetben hamis.

186.o./9.

Szervác mond igazat. A legszerényebb Szeráf.
Szervác és Szeráf közül lesz valaki a legszerényebb, mert különben mindketten igazat mondanának, ami ellentmond annak, hogy pontosan egyvalaki mondhat igazat. Egyikük hazudik, a másik igazat mond, mikor azt állítja, hogy nem ő a legszerényebb. Szervác nem lehet a legszerényebb, mert ha ő lenne az, akkor Szergej is igazat mondana. Szeráf lesz tehát a legszerényebb közülük.

186.o./10.

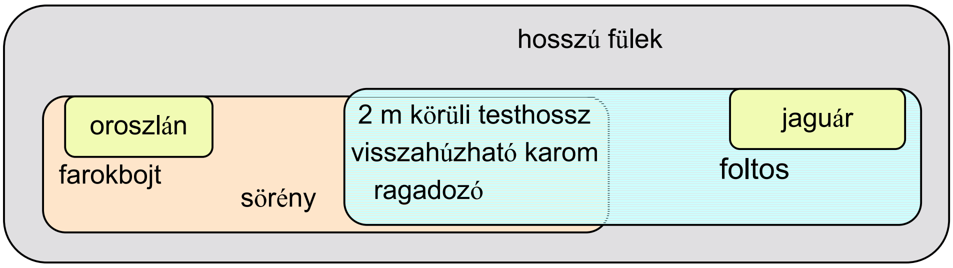
A két szám egyenlő: mivel az 52 lapos francia kártya közt a fele piros, ha két egyenlő csomagra szedem szét, az egyik csomagban ugyanannyi piros lesz, mint a másikban a feketék száma.

186.o./Rejtvény

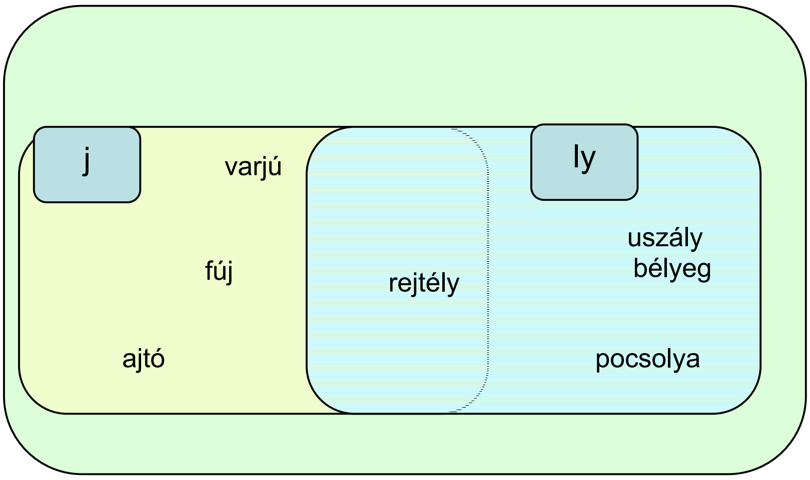
Géza nem a zöld házban lakik. Ő lakik a sárga házban, mert tudjuk róla, hogy kólát iszik, viszont a kék ház lakójának kedvence az őszibaracklé. Klári lakik középen a zöld házban. Ő az, aki vizet iszik a Géza sárga otthona melletti házban. Norbi a kék színű házban él.

	Norbi	Klári	Géza
szín	kék	zöld	sárga
ital	őszibaracklé	víz	kóla

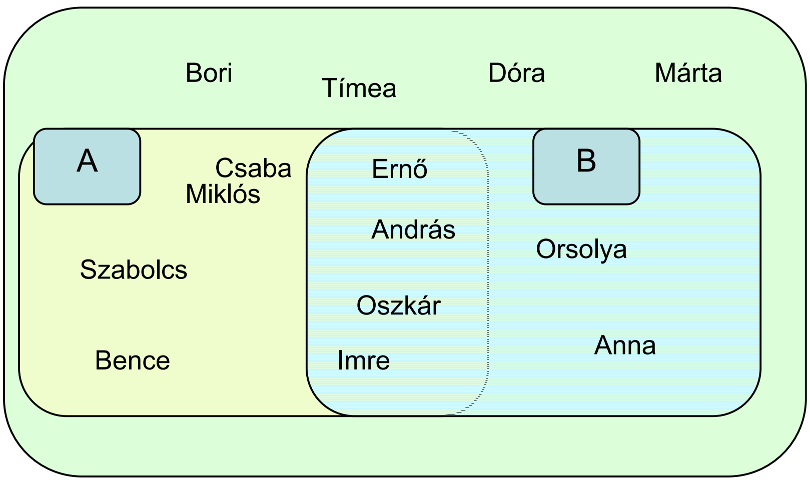
189.o./1.



189.o./2.

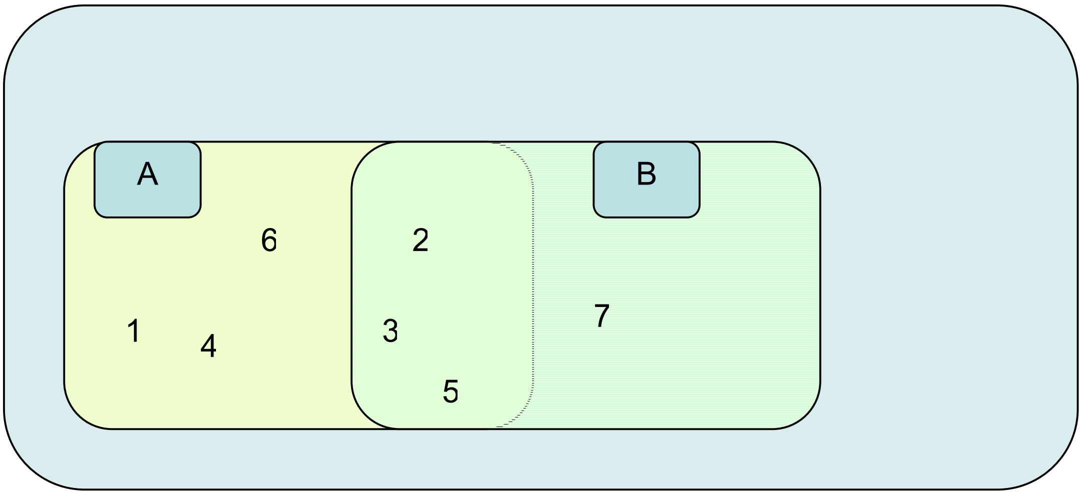


189.o./3.



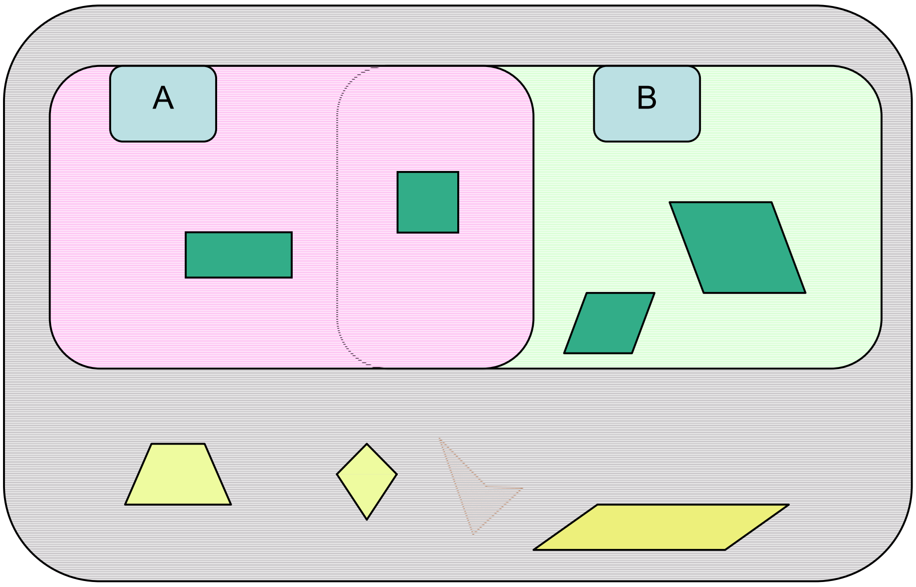
$A \cup B$ = {Bence, Csaba, Miklós, Szabolcs, András, Ernő, Imre, Oszkár, Anna, Orsolya}
$A \cap B$ = {András, Ernő, Imre, Oszkár}

189.o./4.



$A \cap B = \{2;3;5\}$ $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7\}$

190.o./5.



$\overline{A}$ = {olyan négyszögek, amelyeknek nem minden szöge egyenlő}
$\overline{B}$ = {olyan négyszögek, amelyeknek nem minden oldala egyenlő}
$A \cap B$ = {olyan négyszögek, amelyeknek minden szöge és minden oldala egyenlő}
$A \cup B$ = {olyan négyszögek, amelyeknek minden szöge vagy minden oldala egyenlő}

190.o./6.

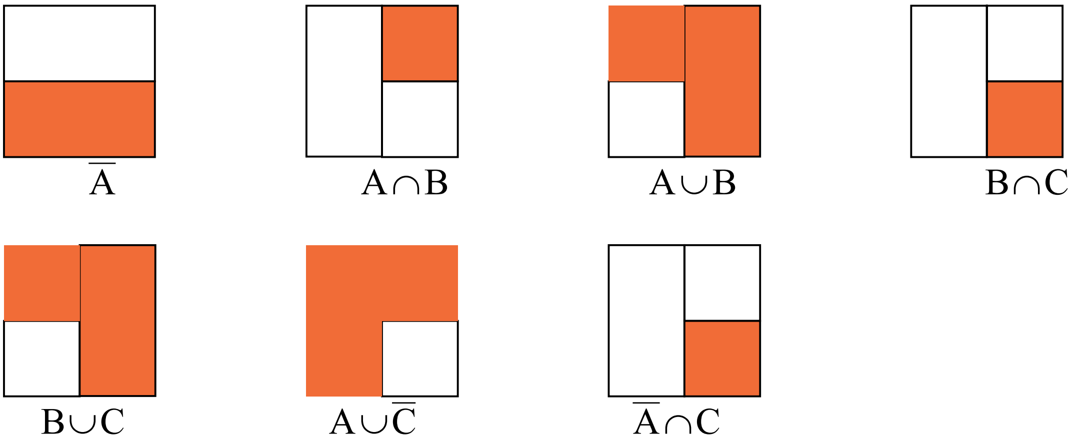
a) Matek, angol
b) Tesi
c) Informatika
d) Rajz, matek, angol
e) Töri
f) Fizika, rajz, matek, angol, informatika

190.o./7.

A gondolt két lap:

- kicsi, lyukas, zöld kör
- nagy, teli, zöld háromszög

190.o./8.



190.o./9.

Ábra!

a) $A \cap B = \{6, 12, 18, \ldots\}$

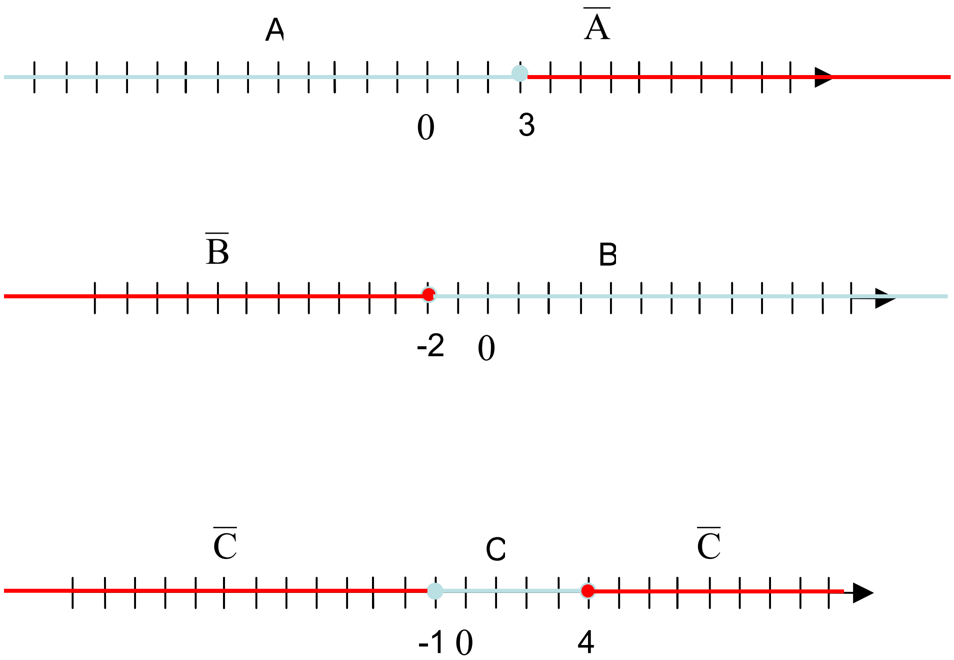
b) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, \ldots.\}$

c) $\{2, 4, 8, 10, \ldots\}$

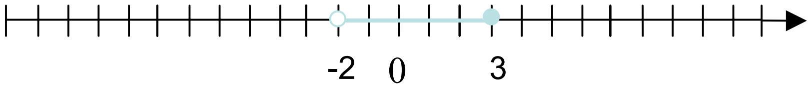
d) $\{3, 9, 15, 21, \ldots\}$

e) $\overline{A \cup B} = \{1, 5, 7, 11, \ldots\}$

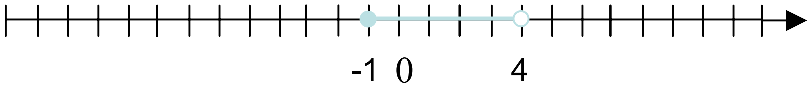
191.o./10.



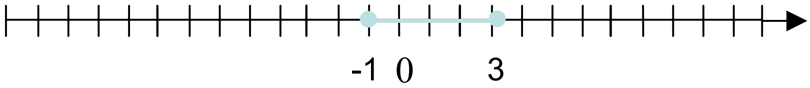
$A \cap B$



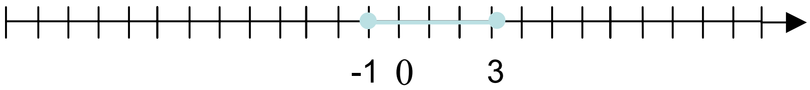
$B \cap C$



$A \cap C$



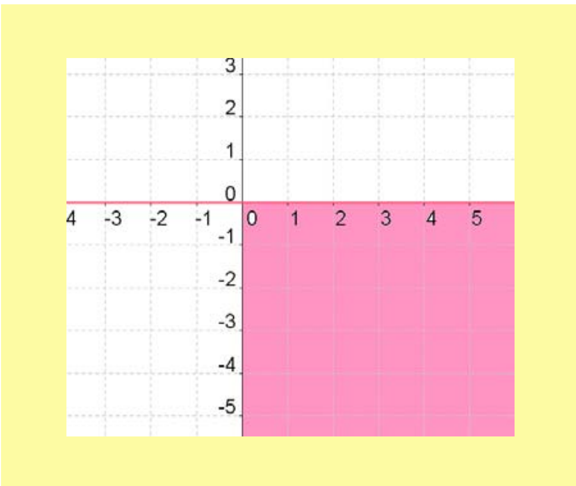
$A \cap B \cap C$



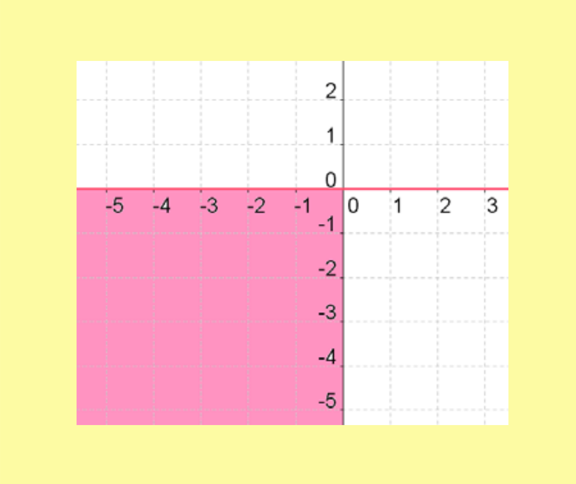
191.o./11.

A-3; B-1; C-2; D-4

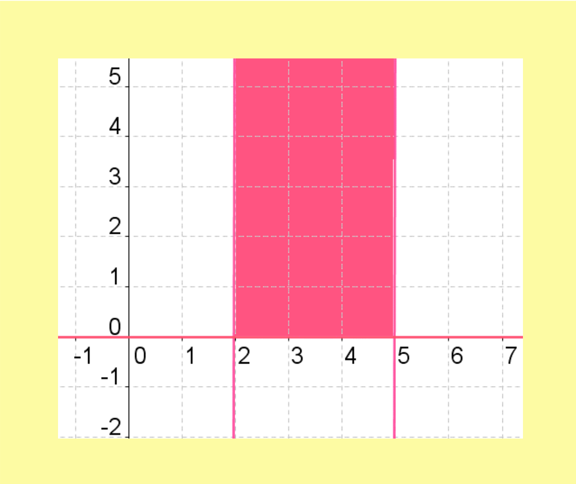
191.o./12 a.,



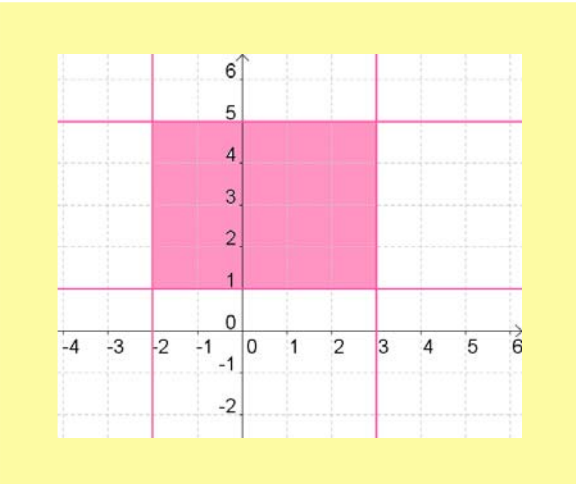
b.,


2
1
0
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
-1
-2
-3
-4
-5

c.,


5
4
3
2
1
0
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
-1
-2

d., és e.,

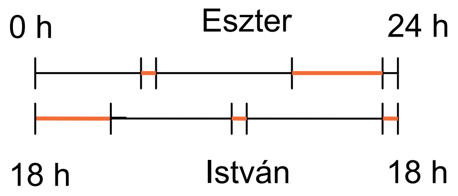

6
5
4
3
2
1
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
-1
-2

191.o./13.

A képeken sorban II. Rákóczi Ferenc, Deák Ferenc, Beethoven, Ady Endre, Eötvös József és Mozart látható.

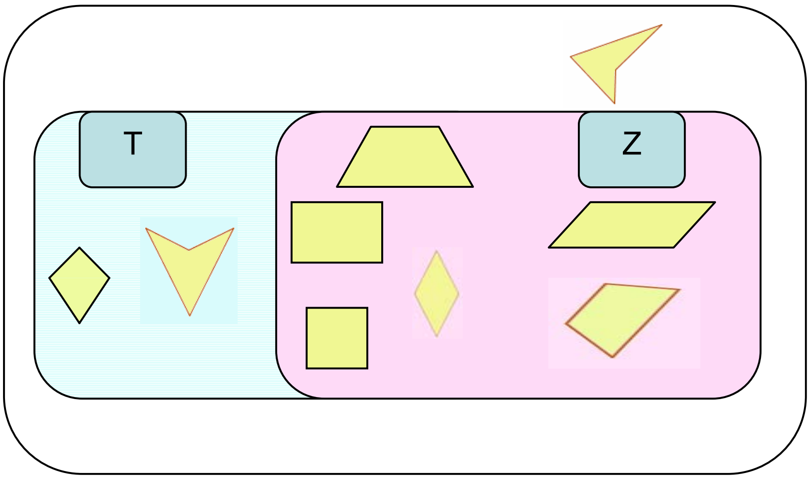
a. nem, első modern gőzgép: 1769 – II. Rákóczi élt 1676-1735
b. nem, első telefon (Bell): 1876 – Deák élt 1803-1876, Eötvös József 1813-1871
c. igen, első röntgen kép a XIX. század legvégén – Babits élt 1883-1941
d. igen, gyufa föltalálása a XIX. század elején - Ady élt 1877-1919)
e. nem, Jókai élt 1825-1904 – József Attila élt 1905-1937)
f. igen (Mozart élt 1756-1791 – Beethoven élt 1770-1827)
(de nem találkoztak, mert B. 1792-ben érkezett Bécsbe, éppen Mozartnál akart tanulni)

191.o./14.



A narancs színű szakaszok jelölik Eszter és István napirendjében a telefonálásra alkalmas szabadidőt. Amikor Budapesten Eszter 11 órakor lefekszik aludni, New-Yorkban 17 óra van, és István éppen végez a munkájával. Ekkor vannak legközelebb ahhoz, hogy szabadidejük átfedjen, de Eszternek tovább kellenne ébren maradnia a telefonáláshoz. A jelenlegi időbeosztásuk nem teszi lehetővé, hogy beszéljenek.

191.o./15.



$T \cap Z$ ide tartoznak a tengelyesen szimmetrikus trapézok. Minden paralelogramma trapéz, tehát ide tartoznak a téglalapok, a négyzetek, a rombuszok is.
A T halmaz azon részébe, ami a $T \cap Z$-én kívül esik, tartoznak azok a tengelyesen szimmetrikus négyszögek, amelyek nem trapézok.

A Z halmaz azon részébe, ami a $T \cap Z$-én kívül esik, tartoznak a nem tengelyesen szimmetrikus trapézok.
Az alaphalmaz $T \cup Z$-n kívül eső részébe tartoznak azok a négyszögek, amik nem tengelyesen szimmetrikusak, vagy nem trapézok.

192.o./16.

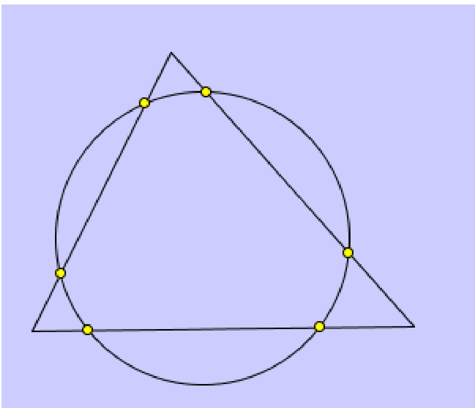
a) A = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
B = {36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, 288}
C = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}
D = {48, 96, 144, 192, 240, 288}
$A \cap C$ = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
$B \cap D$ = {144, 288}
$A \cap B$ = {36}
$B \cap C$ = {}
b) (36, 48) = 12 az eleme az $A \cap C$-nek, A és C halmazoknak
c) [36, 48] = 288 ez eleme a $B \cap D$-nek, B és D halmazoknak

192.o./17.

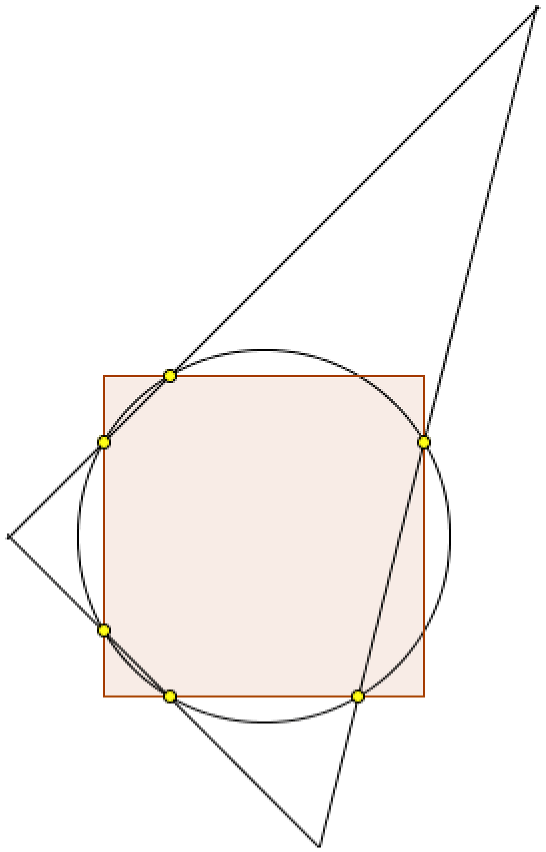
a) 3
b) 5
c) 8
d) 6
e) 7
f) 4
g) 2
h) 1

192.o./18.

a., A sárga színnel megjelölt pontok száma legfeljebb 6 lehet.



b,	A sárga színnel megjelölt pontok száma legfeljebb 6 lehet.



192.o./19.

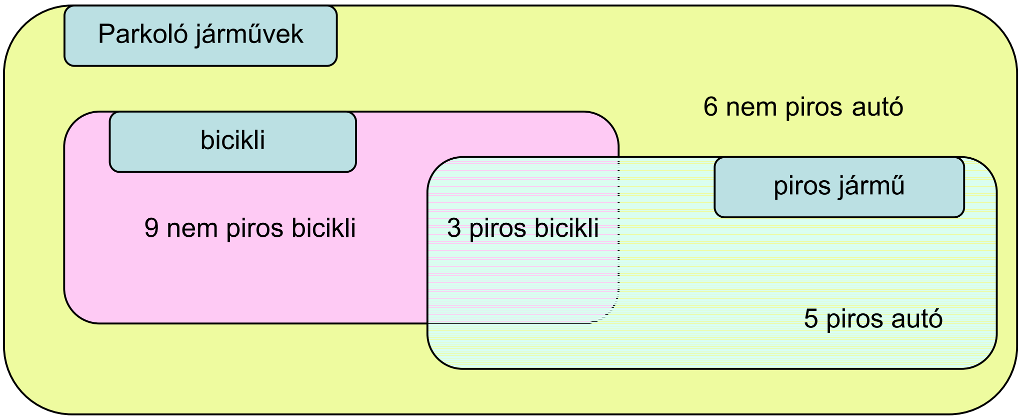
1. Négyszög? – igen 2. Minden oldala egyenlő? - igen 3. Minden szöge egyenlő? - igen vagy

1. Háromszög? –igen 2. Van derékszöge? – igen 3. Egyenlőszárú? - igen

192.o./Rejtvény

Miután ketten átkeltek a hídon, egyiküknek vissza kell vinni az elemlámpát a következő kettőnek. Háromszor ketten kelnek át, majd kétszer visszaviszi az elemlámpát valaki közülük. Négyen összesen ötször teszik meg az utat. Aki leggyorsabban halad egyedül, az viszi vissza az elemlámpát. 19 perc a legrövidebb idő, ami alatt átjutnak mind a négyen.

197.o./1.
Készítsünk halmazábrát a parkoló járművekről.

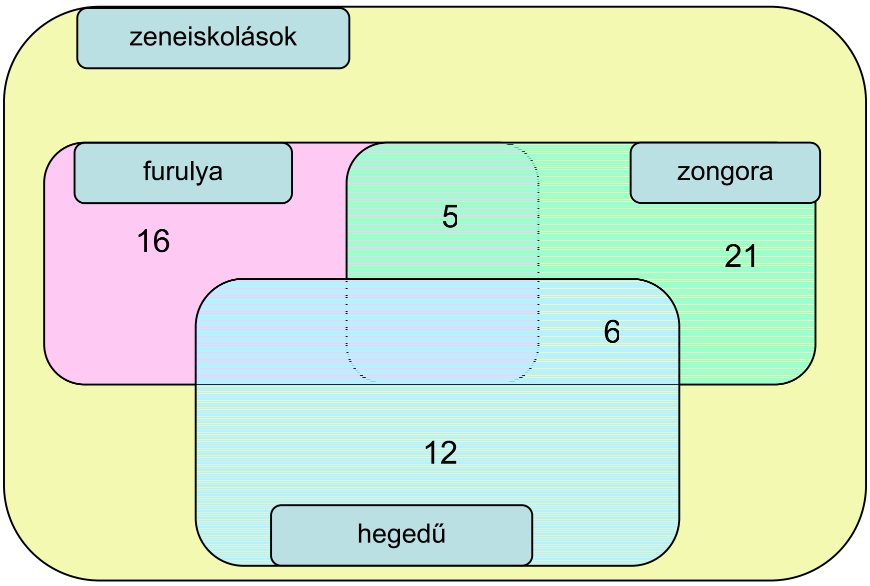


23 jármű áll a parkolóban.

197.o./2.

Mivel minden utas beszél angolul vagy németül, ezért mind a 43 résztvevő beletartozik a németül illetve angolul beszélők halmaza közül valamelyikbe. A 37 angolul beszélő utas között vannak, akik németül is tudnak. A 16 németül beszélő utas között vannak olyanok, akik angolul is tudnak. Ha összegezzük a két halmaz elemeinek számát $37+16=53$ éppen a két nyelven beszélőket számoltuk kétszer, tehát $53-43=10$ az angolul és németül is beszélő utasok száma.

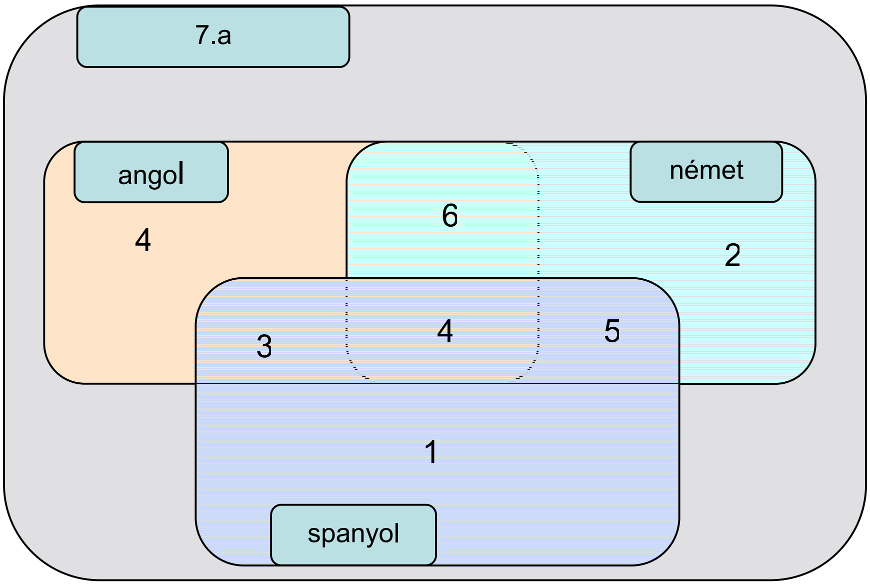
197.o./3. Ha a növendékek közt nincs olyan, aki hegedülni és furulyázni is tanul, akkor összesen 60–an tanulnak a három hangszer valamelyikén:



Ha van olyan diák, aki hegedül és furulyázik, akkor változik a zeneiskolába járó diákok létszáma. A furulyán és hegedűn is játszani tudók száma maximum 12 lehet, így a csak furulyázni tanulók száma 4. Összesen: 12+4+32= 48-an járnak ekkor a zeneiskolába.
A három hangszer valamelyikén legfeljebb 60 és legalább 48 diák tanul a furulyázni és hegedülni tudók számától függően.

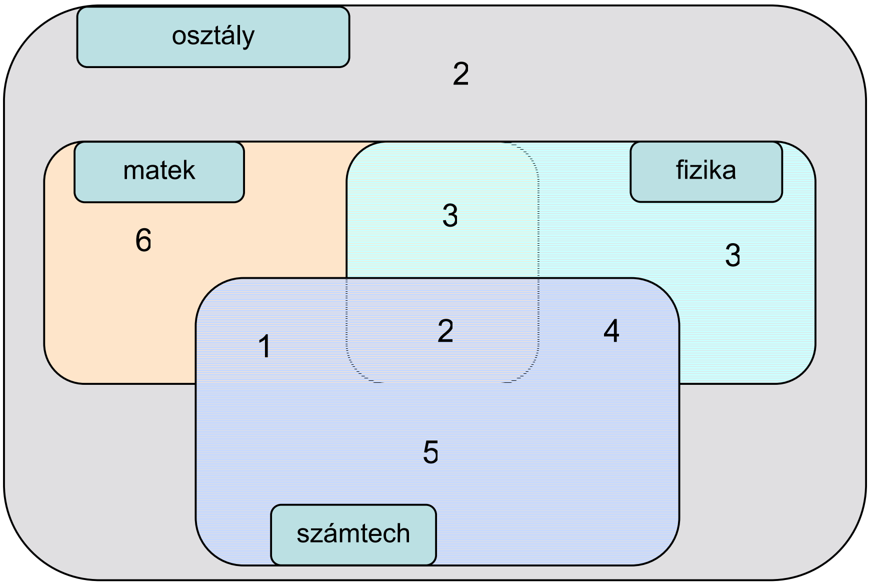
198.o./4.
6 fő nem olvasta egyik kötetet sem, ezért 30-6=24 fő olvasta a két kötet valamelyikét.
A 6. kötetet 21 fő, a 7. kötetet 12 fő olvasta. 21+12=33, ez 9-cel több a 24-nél.Tehát 9-en olvasták mindkét kötetet.

198.o./5.
Készítsünk halmazábrát, és írjuk be az egyes halmazrészekbe az oda tartozó elemek számát.



Legalább egy meccset 25 fő látott

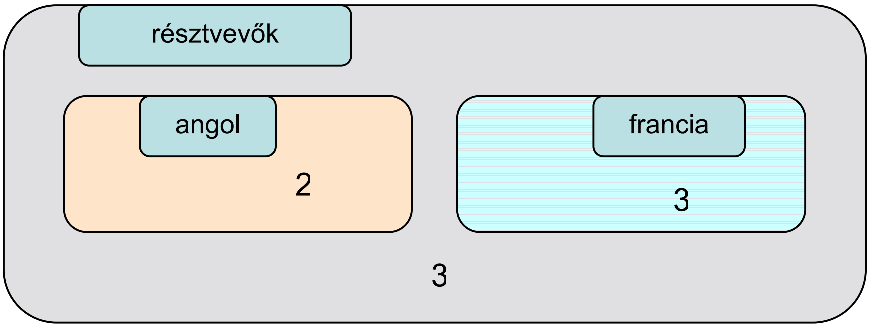
198.o./6.
Készítsünk halmazábrát, és írjuk be az egyes halmazrészekbe az oda tartozó elemek számát.



Osztálylétszám 26 fő.

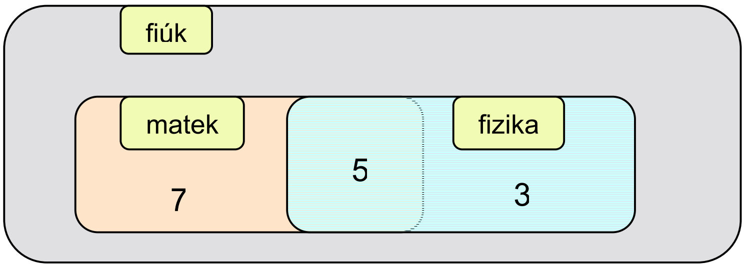
198.o./7.

A konferencián csak európai, afrikai és egy amerikai előadó vett részt. 3-an voltak nem európaiak, tehát 2 afrikai tartott előadást az egy amerikain kívül, a többiek Európából érkeztek. Ők pontosan 5-en voltak, mert 6 nem afrikai előadó volt.
Vizsgáljuk azt az esetet, amikor csakis angol és francia előadók vettek részt a konferencián Európából. Az 5 európai közül nem francia előadók az angolok. Az angolok, az egy amerikai és a két afrikai összesen 5 fő. Az angolok ezek szerint 2-en voltak. A franciák 3-an lehettek.

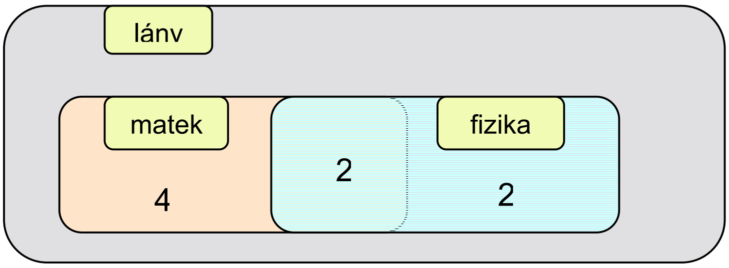


Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor Anglián és Franciaországon kívül más európai résztvevő is jelen volt. Legyen az öt európai közül egy sem angol, sem francia. Ekkor 2 francia és 1 angol előadó volt jelen, viszont ellentmondásba kerülünk azzal, hogy 6 nem afrikai.

198.o./8.
Készítsünk halmazábrát a külön a fiúk és a lányok versenyen való szerepléséről. Írjuk be az egyes halmazrészekbe az oda tartozó elemek számát.



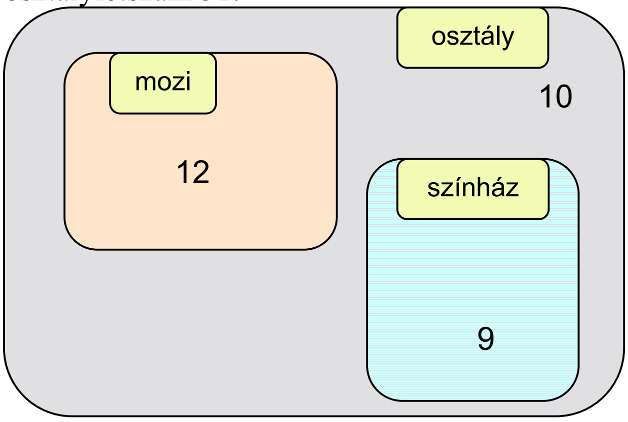
15 fiú jutott be a megyei fordulóba valamelyik tárgyból.



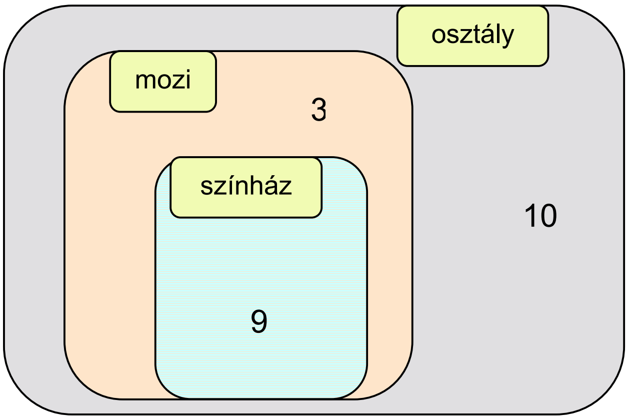
8 lány jutott be a megyei fordulóba valamelyik tárgyból.
23 tanuló jutott be a két tárgyból legalább az egyik versenyre.

198.o./9.

Az osztály létszám minimum 22 fő, de maximum 31 fő.
Ha a színházlátogatók halmazának és a mozibajárók halmazának metszete üres, az osztálylétszám 31.



Színházban kevesebben voltak, mint moziban. Az osztálylétszám akkor lesz a legkisebb, ha minden színházlátogató moziban is járt. Ekkor a színházlátogatók halmaza részhalmaza a mozibajárók halmazának. Az osztálylétszám 22 ebben az esetben.



198.o./10.

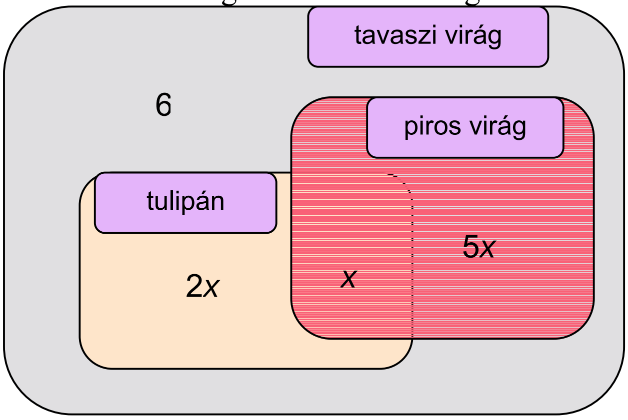
Matematika-szakkörbe 15 fő jár, a 15 főből kosarazik: 4/5·15=12fő.
A kosárlabdázók száma : X fő, a matematika-szakkörbe 3/10 részük jár, ami megegyezik a matematika szakkörbe járó kosarazókkal.

$$\frac{3}{10}X = 12$$

$X = 40$ fő
40 fő jár kosarazni.

198.o./11.

Készítsünk halmazábrát. A piros virágok és a tulipánok halmazán kívül 6 szál van.
A tulipánok harmada piros. Jelöljük a piros tulipánok számát *x*-szel. Nem piros tulipánból 2*x* szál virított a kertben.
Tudjuk, hogy kétszer annyi piros virág volt, mint tulipán, tehát összesen 6*x* szál piros virág nyílt. Ebből *x* piros tulipán, tehát 5*x* piros, de nem tulipán volt a kertben.
Összesen 30 virágszálat számolt meg Zsófi.



$$6+2x+x+5x=30$$
$$6+8x=30$$
$$8x=24$$
$$\underline{\underline{x=3}}$$

Éppen 3 piros tulipán nyílott a kertben.

198.o./12.

Az osztályban mindkét nyelvet tanuló gyerekek számát jelöljük *x*-szel. 18-*x* fő tanul csak franciát. 15-*x* fő tanul csak angolt.

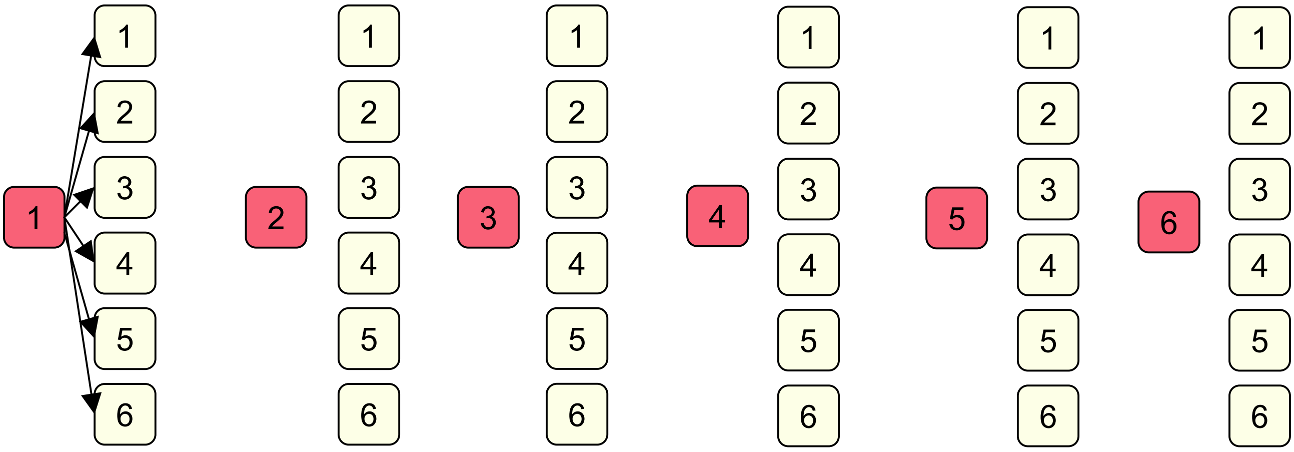
$18-x-(15-x)=3$

Tehát a mindkét nyelvet tanulók számától függetlenül csak angolt tanulók száma 3-mal több, mint a csak franciát tanulók száma.

198.o./Rejtvény

A kezdő játékos nyer, ha mindig úgy töri a csokoládét, hogy négyzet alakú darab maradjon ellenfelének. Elsőként 6x6-os négyzetet hagy meg. Ez a nyerő stratégia, hiszen a második játékos mindig kénytelen lesz a négyzetből téglalap alakot törni. A kezdő játékosnak csak meg kell várnia, amikor elfogy a csokoládé annyira, hogy végül egy sor marad, és akkor letörhet akkora darabot, hogy a másiknak egyetlen négyzetnyi jusson.

202.o./1.



a., Az ábrából leolvasható, hogy 36-féle kétjegyű számot kaphatunk.
b, A 36 szám közül éppen a fele lesz páros, azaz 18.
c, Pontosan azok a számok oszthatók 5-tel, amelyek 5 –re végződnek. 6 ilyen szám van a 36 között.
d, Felsorolással: 12, 24, 36, 42, 54, 66.
Vagy:
pontosan azok a számok oszthatók 6-tal, melyek 2-vel és 3-mal is oszthatók egyszerre, azaz a 3-mal osztható páros számok. Az egy oszlopban szereplő számhatosok egymást követő számok. 6 egymást követő szám közül 2 db mindig oszható 3-mal. Közülük az egyik páros, a másik páratlan szám. Minden oszlopban egy darab 6-tal oszható szám lesz, tehát a 36 kétjegyű szám közül 6 osztható 6-tal.

203.o./2. Amelyik bejáraton bemegy a vakond, azon már nem jöhet ki.

a) $4 \cdot 3 = 12$
b) $6 \cdot 5 = 30$

203.o./3.

Ha Zsuzsi felvesz egy blúzt az előadásra, akkor 2 szoknya és egy nadrág közül választja ki a megfelelő aljat, tehát 3 féle együtteshez húzza fel majd a két cipő közül az egyiket. Így összesen 6 lehetősége lesz az esti öltözék megválasztásához. Mivel 3 blúz van a szekrényében, ezért háromszorozzuk meg a lehetőségek számát, tehát 18 előadáson tud különböző öltözékben megjelenni.

203.o./4.

Az első helyen nem szerepelhet nulla. A kettes számrendszerben a 0, 1 számjegyeket használhatom fel.

a) Első helyen az 1-es számjegy állhat, a másik kettő számjegy mindegyike kétféle lehet, ezért $2 \cdot 2 = 4$-féle különböző háromjegyű szám képezhető.
b) Első helyen az 1-es számjegy állhat, az utolsó helyen a nulla, a másik kettő számjegy kétféle lehet, ezért $2 \cdot 2 = 4$-féle különböző háromjegyű szám képezhető.
c) Első helyen az 1-es számjegy állhat, a másik négy számjegy mindegyike kétféle lehet, ezért $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$-féle különböző ötjegyű szám képezhető.

203.o./5.

a) Az ötvennél nagyobb számok első számjegye 5 vagy 6.
6 olyan szám van, melynek első számjegye 5, és 6 olyan szám van, melynek első számjegye 6. Összesen 12-féle kétjegyű számot dobhatunk.
b) Tízesekre kerekítjük a dobható számok közül a 21, 22, 23, 24, 16, 15 számokat.
c) Az első dobás hatféle szám lehet, a második dobás háromféle lehet: a 2, 4, 6.
Összesen $6 \cdot 3 = 18$-féle páros szám dobható.
d) A megfelelő számok felsorolással is megadhatók: 12, 15, 21, 24, 33, 36, 42, 45, 51, 54, 63, 66.

Vagy: azok a számok oszthatók hárommal, melyek számjegyeinek összege osztható 3-mal. Ilyen tulajdonságú számpárok a 1,2; 2,4; 3,3; 1,5; 6,3; 6,6; 5,4. Az azonos számjegyekből álló számpárokból egy-egy számot tudunk készíteni (33, 66). A két különböző számból álló számpárok mindegyikéből kétféle számot tudunk képezni (pl. 12 és 21), öt ilyen tulajdonságú számpárból $5 \cdot 2 = 10$-féle szám készíthető. Összesen: $10+2=12$-féle számot lehet dobni.

203.o./6.

$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$-féleképpen.

203.o./7.

Az 50-nél kisebb kétjegyű számok esetében a tízesek helyén az 1; 2; 3; 4 számjegyek állhatnak. Az 5-ös számjegytől kezdődően kerekítünk felfelé, ezért az egyesek helyén az 5;6;7;8;9 számjegyek állhatnak
$4 \cdot 5 = 20$-féle számot kaphatunk.

203.o./8.

Az első könyvet bármelyik 5 gyerek megkaphatja. A második sorsoláson csak négy gyerek vehet részt, hisz aki megkapta az első könyvet, nem kölcsönözhet ki még egyet.
Így:$5 \cdot 4 = 20$-féle eredménye lehet a sorsolásnak.

203.o./9.

Mind a három meccs eredményére 3-féle tippünk lehet, ezért $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$-féleképpen tippelhetünk.

203.o./10.

6 2 _ _ _ _
↓↓↓↓
Mindegyik szám 2-féle lehet, ezért $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ számot kell felhívnia legrosszabb esetben.

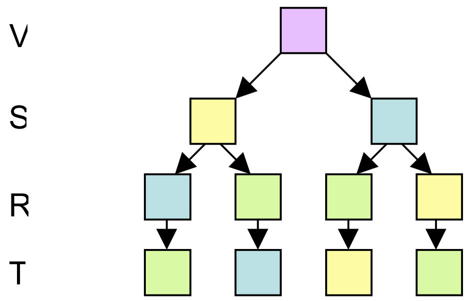
204.o./11.

a) A halmazábráról leolvasható, hogy 7-féle színhatás érhető el.
b) Igen. Az alábbi táblázatban az első oszlopban jelöljük, hogy melyik lencsét milyen irányba mozgatjuk, a második oszlopban pedig az elért színhatást.
B: jelenti, ha a világosító lámpa elé tesszük a lencsét
K: jelenti, ha a világosító lámpa elől elvesszük a lencsét

lencsemozgatás	elért színhatás
piros: B	piros
sötétkék: B	lila
piros: K	kék
zöld : B	világoskék
sötétkék: K	zöld
piros : B	sárga
kék: B	fehér

204.o./12.

5-féleképpen szállhattak be. Ha Viki a sárga autóba ül, akkor Soma a kékbe, a Robi a zöldbe és Teri a lila színűbe. Ha Viki a lila színű autóba ül, a különböző lehetőségeket az alábbi nyíldiagram mutatja.



204.o./13.

Legfeljebb 800 Ft-ot akarunk költeni. 300 Ft a díszítés, ezért legfeljebb 500 Ft-ot adhatunk ki virágra. Gerbera:G, rózsa: R, liliom: L

Ha 4 szál virágot vásárolunk, a lehetőségek:
4L; 1G és 3L; 2G és 2L; 3-féle eset.

Ha 3 szál virágot vásárolunk, a lehetőségek:
3G; 3L; 2G és 1L; 2L és 1G; 1R és 2L; 1R és 1L és 1G; 6-féle eset.

Ha 2 szál virágot vásárolunk, a lehetőségek:
2R; 2G; 2L; 1R és 1G; 1R és 1L; 1G és 1L; 6-féle eset.

Ha 1 szál virágot vásárolunk, a lehetőségek:
1R; 1G; 1L; 3-féle eset.

Összesen: 3+6+6+3=18 lehetőség van a virágok vásárlására.

204.o./14.

a) A feladatot átfogalmazhatjuk úgy, hogy hányféleképpen bontható fel az 5 tagok összegére. 5 = 4+1=1+4. Most két különböző vonatnak számít a 4+1 és az 1+4, mert a kocsik sorrendje is fontos.
További esetek: 5=3+2=2+3
5= 1+2+2=2+1+2=2+2+1
5= 3+1+1= 1+3+1=1+1+3
5= 2+1+1+1=1+2+1+1=1+1+2+1=1+1+1+2
5=1+1+1+1+1
5=5

Összesen 16 különböző eset van.

b) Ha a kocsik sorrendje is számít, akkor:
2 db 1 egység és 1 db 3 egység hosszú→3 féle
1 db 1 egység és 2 db 2 egység hosszú→3 féle
Összesen: 6 lehetőség

204.o./15.

Hányféleképpen tudunk összeállítani egy háromfogásos ebédet, ha az étlapról egyféle előétel, négyféle leves és kétféle főétel közül választhatunk?

204.o./16.

Ha 6 különböző számjegyet használunk fel a négyjegyű számok megalkotásához, akkor $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6=1296$ különböző számot kapunk, ami még mindig kevés 1500 nevező rajtszámához.
Legkevesebb 7-féle számjegy felhasználása szükséges.

204.o./17.

A 4–gyel aló osztás maradékai 0, 1, 2, 3 lehetnek. A hányadosnak ezzel egyenlőnek vagy kisebbnek kell lenni, így ezek a természetes számok 16-nál kisebbek:
0, 1, 2, 3, 5, 6 7, 10, 11, 15 → Összesen: 10 db

204.o./Rejtvény

Igen, ha az egyik 3-as darabot teljesen szétszedjük, akkor ezekkel a 4 láncdarabot összekapcsoljuk majd az egyik végén még egyet kinyitunk, hogy zárt legyen a lánc.
Ez összesen 4 db szem kinyitását jelentette.

208.o./1.

a) $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-féle
b) $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-féle
c) Ha nincs kikötés, hogy melyiket mikor eszi, akkor: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$-féle
d) A 24 lehetséges sorrend közül töröljük azt a 6-ot, amelyikben először eszi meg a legnagyobbat, majd azt a 6-ot, amelyben utoljára hagyja a legnagyobbat. 12 sorrend marad.

208.o./2.

a) Mind a ketten $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$-féle számot készíthetnek.
b) A nullát. (nullával nem kezdődhet szám).
c) Nyerhet, ha Bence például csupa páratlan számot húzott.

208.o./3.

a) Az összes lehetséges sorrend három játékos esetén $3 \cdot 2=6$. Az a két eset nem érdekes számunkra, amikor hármójuk közül a legalacsonyabb játékos áll középen. 4 olyan sorrend van, amikor a sorfalban nincs olyan játékos, aki két nála magasabb közt áll.

b) 8-féle eset lehetséges. A fiúkat a kezdőbetűikkel jelöljük. A Tibor után magasságban következő Sándor nem állhat Miklós és János között.
Ha a Tibor az első: T, S, M, J
T, S, J, M
T, J, M, S
T, M, J, S
Ha a Tibor, a legkisebb a sor végén áll: S, M, J, T
S, J, M, T
J, M, S, T
M, J, S, T

208.o./4.

a) PALI: $a = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
LALI: $b = 12$. A két L betű egyforma: $24:2 =12$.
LILI: $c = 6$ A két L és a két I betű egyforma: $24:2:2 =6$.
b) b a c-nek kétszerese; a a b-nek kétszerese

208.o./5.

a) $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-féleképpen
b) 3-féleképpen, mert a zokni felvétele után lehet csak a cipőt felvenni.
c) 12-féleképpen. $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=24$ sorrend közül a felében a zokni felvétele megelőzi a cipő felvételét.

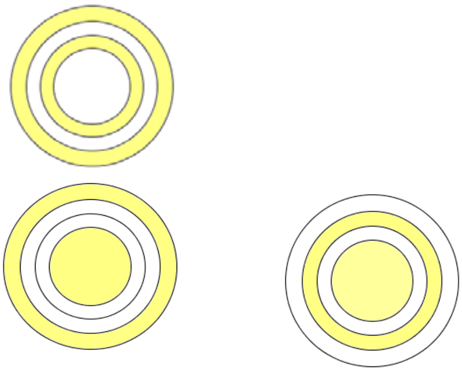
208.o./6.

9-féleképpen tehették ezt meg. Kezdőbetűkkel jelöljük a táblázatban, hogy ki kinek a jelmezbáli tartozékát vitte el.

Rita	Bori	Karcsi	Laci
B	R	L	K
B	K	L	R
B	L	R	K
K	L	B	R
K	L	R	B
K	R	B	L
L	K	R	B
L	K	B	R
L	R	B	K

209.o./7.

Két esetet különböztethetünk meg. Az egyikben mind a három színű virágot elültetjük, a másikban csak 2 színt ültetünk.
Az első esetben háromféleképpen választhatjuk ki azt a színt, ami ismétlődik.
Ha a sárga színt választjuk, akkor ezt háromféleképpen rendezhetjük el a virágágyásokba.



A másik két színű virágot 2-féleképpen ültethetjük el mindhárom ágyásban az üres helyekre.
Így összesen 6 elrendezése van a virágoknak, ha a sárga szín ismétlődik.
További 6 eset, ha piros ismétlődik, és újabb 6 elrendezés, ha a kék színű virágokkal ültetünk be két ágyást. Összesen 18 esetet különböztethetünk meg.

Ha csak két színű virágágyások díszítik a főteret, háromféleképpen választhatjuk meg ezt a két színt. A két színnel mindig kétféleképpen rendezhetjük el a virágokat, amennyiben két szomszédos sávba nem ültetünk azonos színű virágot. Ez újabb $3 \cdot 2 = 6$ eset.

24 különböző módon alakíthatjuk ki a virágágyásokat.

209.o./8.

a) 6-félét: 2007; 2070; 2700; 7020; 7002; 7200
b) Ha a négy számjegy különböző lenne, akkor $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ számot kapnék, így azonban 2-2 mindig megegyezik közülük, mert a 0 kétszer szerepel. Az esetek száma ezért $24:2=12$.
c) Azokat a számokat keressük, amikor az utolsó számjegy 0, $3 \cdot 2 = 6$ ilyen szám van.

209.o./9.

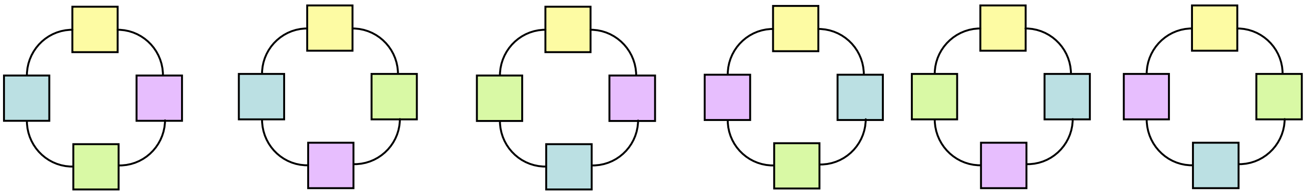
A feltétel szerint nem követheti egymást két páros és két páratlan, vagyis csak egy páros és egy páratlan lehet a sorrend vagy fordítva és ügyelni kell, hogy az összeg ne legyen osztható 3-mal. Összesen: 12 eset.
1 4 3 2 5 6
1 6 5 2 3 4
2 3 4 1 6 5
2 5 6 1 4 3
3 2 5 6 1 4
3 4 1 6 5 2
4 1 6 5 2 3
4 3 2 5 6 1
5 2 3 4 1 6
5 6 1 4 3 2
6 1 4 3 2 5
6 5 2 3 4 1

209.o./10.

a) 6-féle lehet a sorrend (3·2·1 = 6)
b) 4·3·2·1 = 24-féle lehetett a sorrend.
c) 4·3·1 = 12-féle lehetett a sorrend.

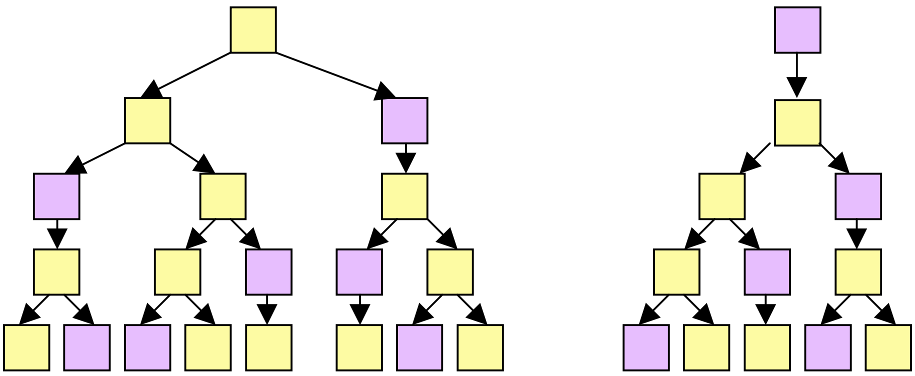
209.o./11.

6-féleképpen alkothatnak kört.



209.o./12.

Az alábbi nyíldiagramon szemléltettük a megoldásokat. A lila négyzetek állnak az X betű helyén. Ha a szóalkotás szabályai szerint két X nem állhat egymás mellett, nem követheti egymást két lila négyzet a diagramon. Összesen 13 ilyen szó lehet.



209.o./13.

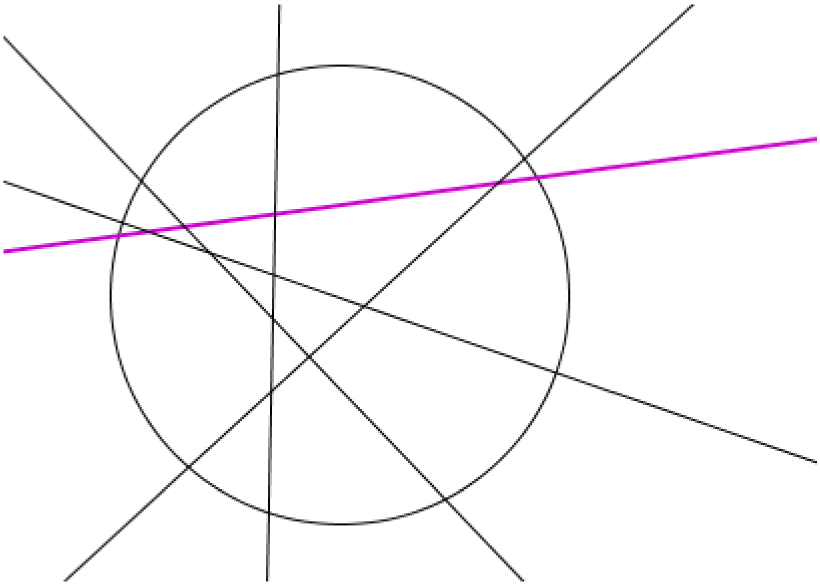
6 héten át játszhatnak, mivel 6 különböző sorrend lehet (mint a 11. feladat)

209.o./14.

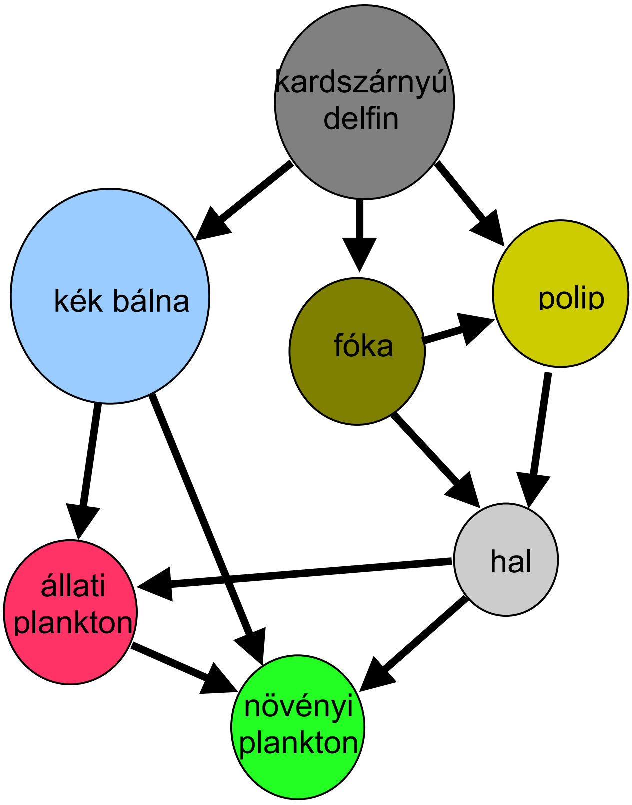
a) A magánhangzók sorrendjét cserélgette, úgy hogy 1 db Á, 2 db Ö, 1 db J, db A, 1 db Ú betűt használt csak fel.
b) Pl.: BÖLAMBIKA BAG Ú FÁN
c) –

209.o./Rejtvény

Legfeljebb 16 szeletet vághatunk, amik azonban nem hagyományos értelemben vett szeletek. Egy *e* egyenes két részre vágja a pizzát. A következő egyenes 4 részre. A harmadik egyenest úgy húzzuk meg, hogy az elmetszi az előző kettőt, így 7 rész lesz. Ha a negyedik egyenest úgy húzzuk meg, hogy az elmetszi az előzőeket, akkor 11 részt kapunk. Az ötödik egyenessel legfeljebb 16 részt kaphatunk.



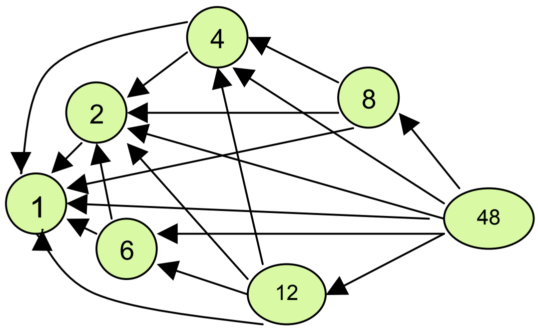
211.o./1.



211.o./2.

a) Pl.:lila-piros-sárga (amelyek háromszöget alkotnak az utakkal együtt)
   vajszínű-piros-lila
b) A narancs a sötétzöld és a lila falu ilyen.

212.o./3.



212.o./4.

a) a→b c→d e→f g→h

a→d e→g

a→e

7 mérkőzést játszottak.

b) Az előző ábrához hasonlóan oldható meg. 15 mérkőzést játszik 16 játékos.

212.o./5.

A családban 4 fiú gyerek és 3 lány gyerek.

212.o./6.

a) 3 csapat 3·2=6 mérkőzést fog játszani.
b) 4 csapat 4·3=12 mérkőzést fog játszani.
c) 5 csapat 5·4=20 mérkőzést fog játszani.

212.o./7.

A két csoportban 3-3 meccset játszottak, ha mindenki mindenkivel egyszer játszott. Ezt követően egy –egy mérkőzést játszottak az első, a harmadik és az ötödik helyért, az összesen 9 meccs.

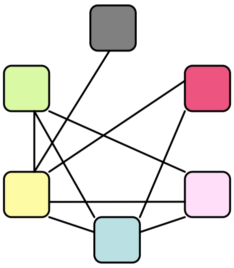
212.o./8.

Pl.: Föld→Merkur→Vénusz→Neptunusz→Mars
Föld→Merkur→Jupiter→Uránusz→Mars

212.o./9.

Egy szám akkor osztható 3-mal, ha a számjegyeinek összege osztható 3-mal. Sajnos nem juthat el az 1-es városból a 9-es városba, mert az olyan városokból, melyek 3-mal osztva 1 vagy 2 maradékot adnak nem repülhet soha olyan városba, melynek száma osztható 3-mal. Csakis az 1; 2; 4; 5; 7; 8 városok közt repülhet többféle útvonalon is, de nem juthat el az 1-es városból a 3; 6; 9 városokba.

212.o./10. Vonalak kötik össze a társaság tagjait jelölő négyzeteket, ha barátok.

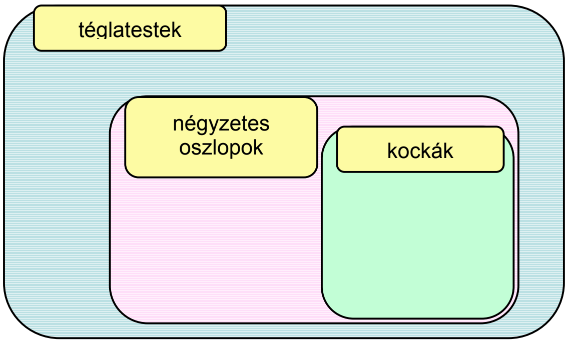


A hatodik (zöld) embernek 3 barátja van jelen.

212.o./Rejtvény

Megkérte a miniszter a királyt, hogy húzzon helyette és azt olvassák fel, így ő tudja, hogy a ki nem húzott cetli a felolvasott ellenkezője lesz. Mivel a cédulában csak a „Menjen” szó állt, így a király csak ezt húzhatta, így a miniszter maradt.

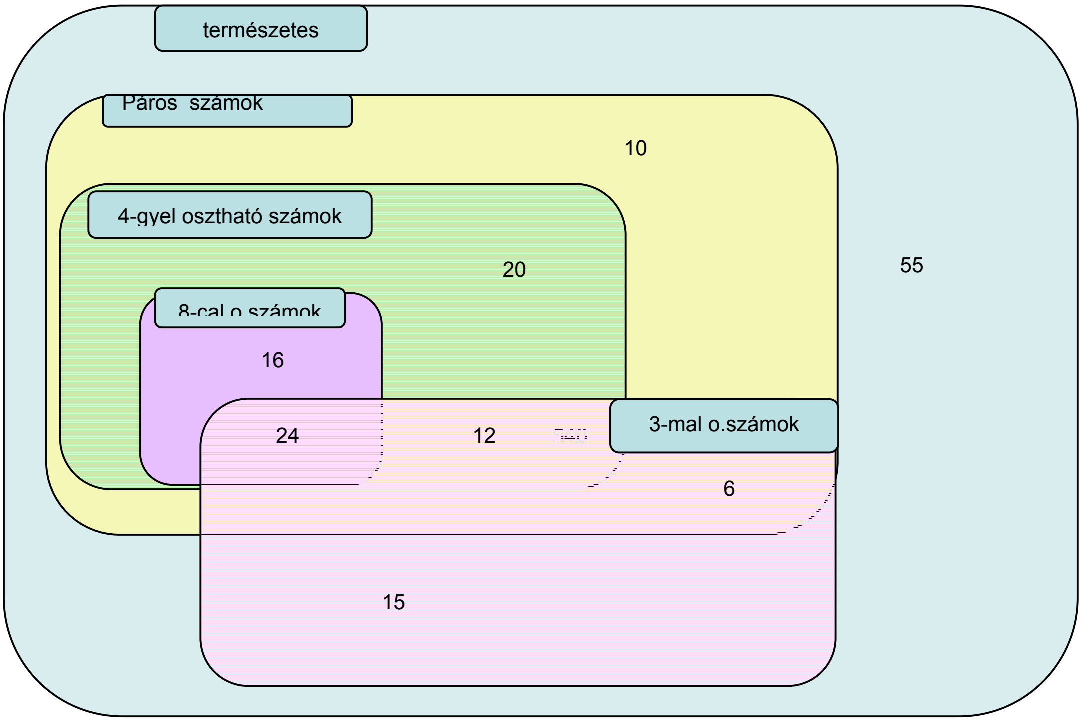
213.o./1.



A = {Kocka}
B = {Négyzetes oszlop}
C = {Téglatest}
U = {Sokszöglapokból álló testek}

a) $A \subseteq B \subseteq C \subseteq U$
b) Hamis állítás:
   - van olyan kocka, amely nem téglatest
   - nincs olyan négyzetes oszlop, amely nem kocka
   - ha egy test téglatest, akkor kocka.

213.o./2.



b) 15 osztható: 3-mal
6 osztható: 2-vel, 3-mal
12 osztható: 2-vel, 3-mal, 4-gyel
24 osztható: 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 8-cal
16 osztható: 2-vel, 4-gyel, 8-cal
20 osztható: 2-vel, 4-gyel
10 osztható: 2-vel

213.o./3.

1.-re:
A) igaz
B) hamis
C) igaz
D) hamis
E) hamis
F) hamis

2.-re:
A) hamis
B) hamis
C) igaz
D) igaz
E) hamis
F) igaz

3.-ra:
A) hamis
B) hamis
C) hamis
D) igaz
E) igaz
F) hamis

4.-re:
A) igaz
B) hamis
C) hamis
D) hamis
E) igaz
F) hamis

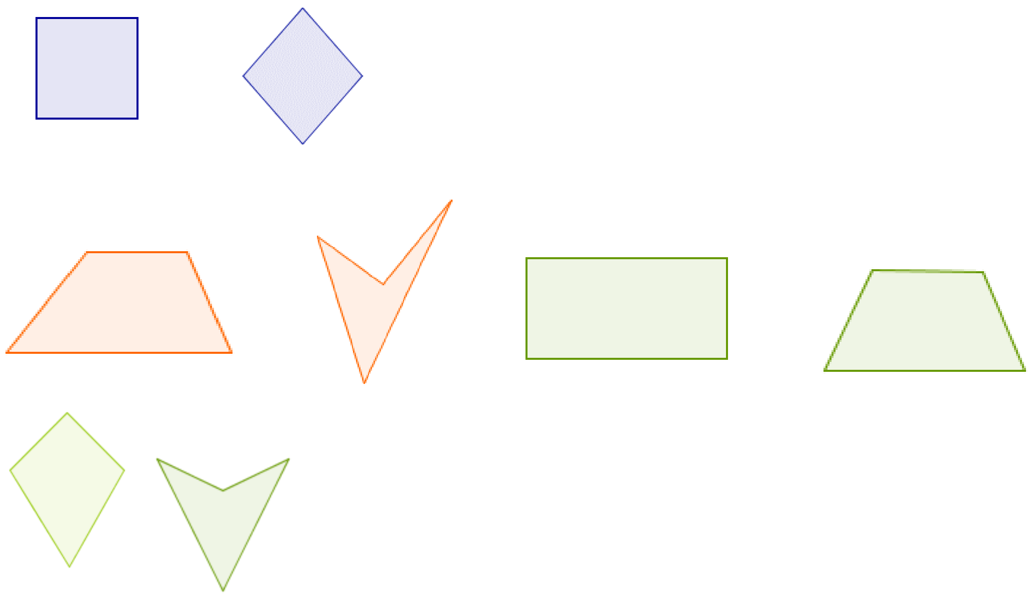
5.-re:
A) hamis
B) hamis
C) hamis
D) igaz
E) hamis
F) hamis

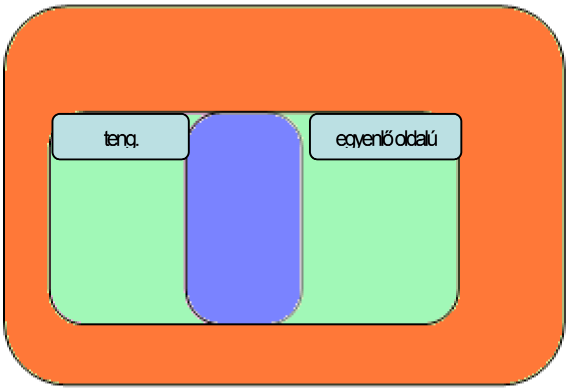
6.-ra:
A) hamis
B) hamis
C) hamis
D) igaz
E) hamis
F) hamis

213.o./4.

Az állítások egyike sem igaz a 325-re, 375-re, 425-re, 475-re.

213.o./5.





214.o./6.

a) hamis
b) igaz
c) igaz
d) hamis
e) hamis
f) igaz

További állítások:
A kis sárga nyilak mind jobbra mutatnak (igaz).
A piros nyilak jobbra mutatnak (hamis).
Az első négy állítás igaz:
Ilyen ábra nem készíthető, mivel az a) és b) állítás egyszerre nem lehet igaz.

214.o./7.

Varga mond igazat, mivel a többi esetben ellentmondásra jutnánk.
Varga: zöld
Nagy: sárga
Kovács: kék

214.o./8.

Bubu	Dodó	Lala	Pepe	Titi
lány	fiú	fiú	lány	lány
13	13	11	12	11

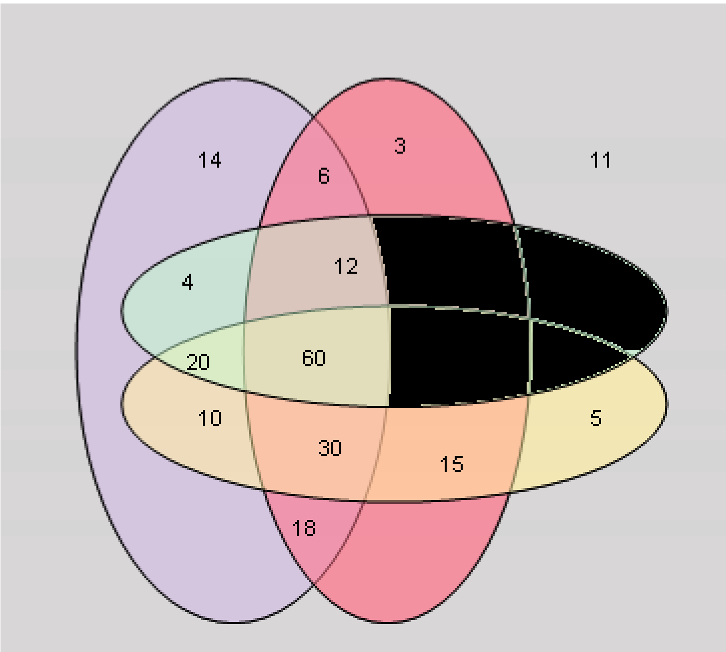
Mivel Bubu és Dodó egykorúak, csakis ellenkező neműek lehetnek, hiszen két azonos nemű és korú gyerek nincs köztük.
Mivel Pepe és Titi azonos neműek, ezért csakis lányok lehetnek, mert három lány de csak két fiú van ötük között és Bubu vagy Dudu közül az egyik gyerek lány, a másik fiú.
A két fiú tehát Dodó és Lala. Lala csakis akkor lehet fiatalabb Titinél, ha ő a 11 éves. Ezért Dodó a 13 éves fiú, és Bubu a 13 éves lány.
Pepe 12 éves és Titi 11 éves lány.

214.o./9.

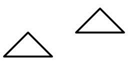
	1. állítás	2. állítás
Anna	hamis	igaz
Béla	hamis	igaz
Csilla	hamis	igaz
Dezső	hamis	igaz
Ernő	igaz	hamis

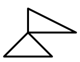
Vagyis:
Ernő győri
Béla kecskeméti
Dezső miskolci
Csilla pécsi
Anna szegedi

214.o./10.

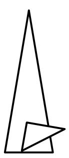


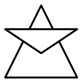
214.o./11.

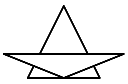
a) Nulla 

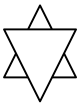
1 

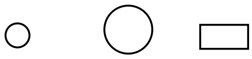
2 

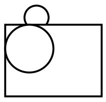
3 

4 

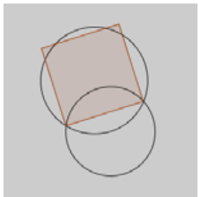
5 

6 

b) Nulla 

1 

2



215.o./12.

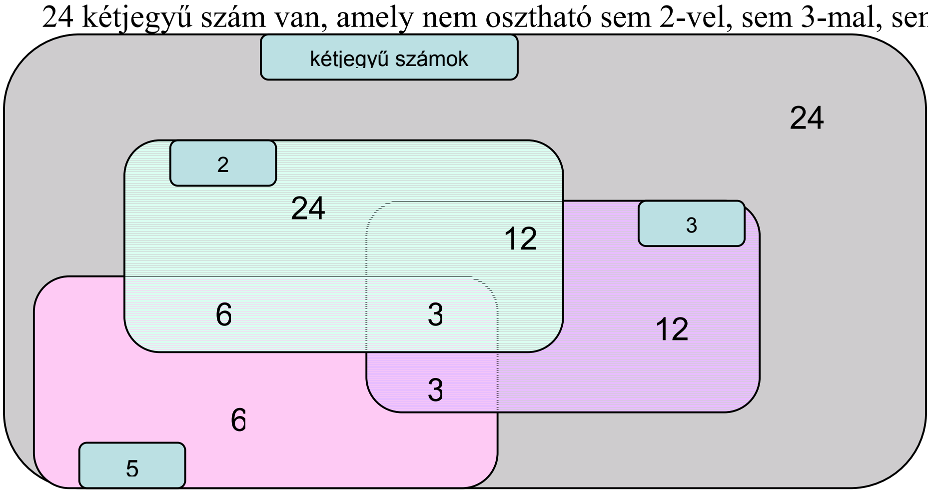
a) A 3-mal osztható kétjegyű természetes számokból 90:3=30 van. A 90 db kétjegyű szám közül minden harmadik osztható 3-mal.13 db 7-tel osztható kétjegyű szám van.

A hárommal és héttel is osztható számok mindkét csoportban szerepelnek: 21, 42, 63, 84.
3-mal vagy 7-tel $30+13-4=39$ kétjegyű szám osztható. Ezért a sem 3-mal sem 7-tel nem osztható kétjegyű számokból pontosan $90-39=51$ van.

b) 45 páratlan kétjegyű szám van, és ezek egyike sem osztható 2-vel és 6-tal.

c) 45 páros kétjegyű szám van. 30 hárommal osztható kétjegyű szám van. A két halmaz metszetében 15 szám szerepel, ezek a hattal osztható számok. Közülük 3 szám öttel is osztható.

18 kétjegyű szám osztható 5-tel. Közülük 6 szám osztható 10-zel, de 3-mal nem .
3-mal osztható de 2-vel nem 3 van az 5-tel osztható számok közt.
Készítsünk halmazábrát és írjuk bele az egyes részek elemszámát.
24 kétjegyű szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel.



215.o./13. Három megoldás lehetséges:

B→A→Cs→D
B→Cs→A→D
Cs→B→A→D

215.o./14.

5000-től 5049-ig 50 szám van. Ezeket százasokra kerekítve 5000-t kapunk.
5950-től 5999-ig szintén 50 szám van. Ezeket százasokra kerekítve 6000-t kapunk. Éppen egyenlő számú a két halmaz.

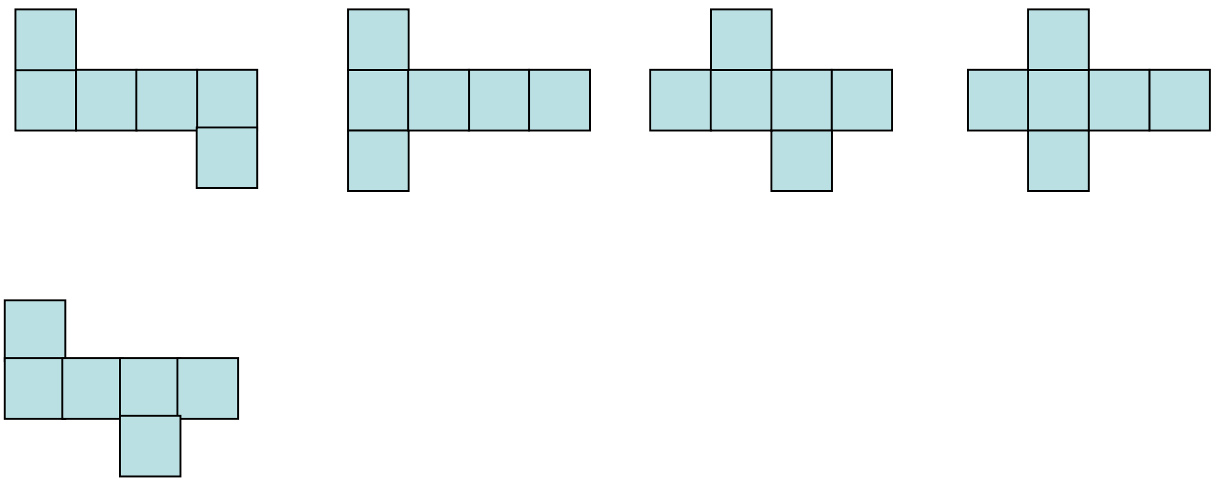
215.o./15.

Ugyanannyi bor van a kancsóban, mint amennyi víz van az üvegben, még pedig mindkettőből 5/6 dl.

	kancsó	**üveg**
kiindulás	5 dl víz	7,5 dl bor
első átöntés után	5 dl víz, 1 dl bor	6,5 dl bor
a kancsóban a bor és víz aránya az első átöntés után 1:5		
a kancsóból kiöntött 1 dl tartalma: $\frac{5}{6}$ dl víz, 1/6 dl bor		
Második átöntés után	$\frac{5}{6}$ dl bor, a többi víz	$\frac{5}{6}$ dl víz, a többi bor

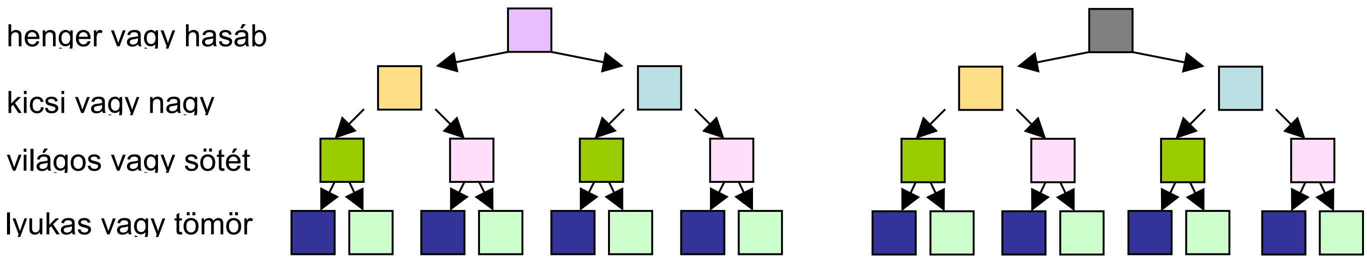
215.o./16.

Összesen 5 különböző háló létezik.



215.o./17.

a) 16 lehetőség van. Az alábbi nyíldiagramon szemléltettük az eseteket. A nyilak mentén haladva megkapjuk, hogy milyen tulajdonsággal rendelkezik a bábu.



b) 4 olyan bábu van.

215.o./18.

a) 2-vel, 4-gyel, 6-tal, 8-cal
b) A feladat nem köti ki, hogy a számban ne lehetnének még azonos számjegyek. Ha ezt figyelembe vesszük, akkor: 880008
c) A legkisebb ilyen szám: 220002
d) Lehetséges számok:

$$\left.\begin{array}{l}220002\\260022\\440004\\480024\\660006\\880008\end{array}\right\}\text{ 6 db}$$

215.o./19.

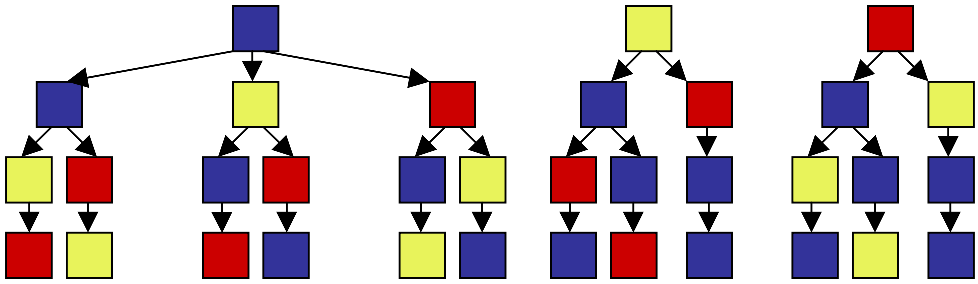
Nagyon sok megoldás lehet, pl.: két középső számjegy a nulla és az első számjegynél az utolsó 5-tel nagyobb. Pl.: 1006, 3008, 4009.

215.o./20.

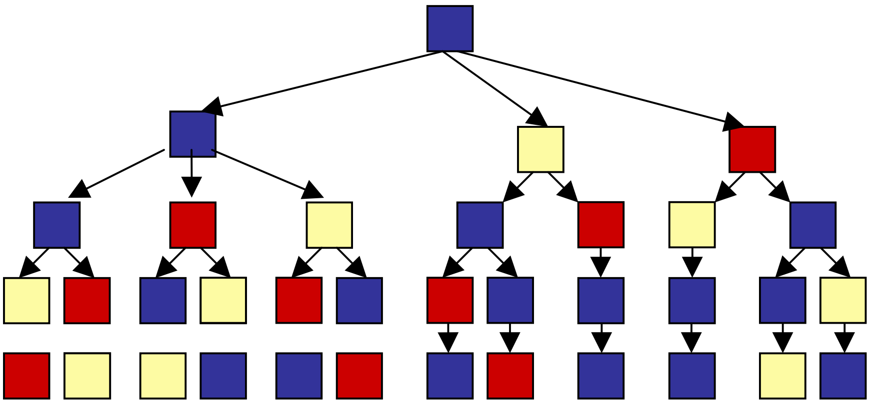
A két virágágyást külön-külön 6-féleképpen ültethetem be. A kör alakú ágyás egyfajta beültetéséhez választhatom a háromszög alakú ágyás 6-féle különböző elrendezését.
Így összesen 36 lehetőségem van a virágok elültetésére.

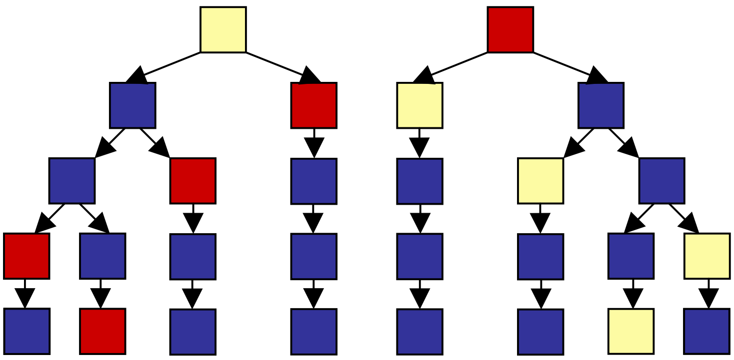
216.o./21.

a) Ha a három szín mindegyikét legalább egyszer felhasználják, akkor pontosan 2 kocsi lesz egyszínű. Ismétlődhet a piros, a sárga vagy a kék szín. Ha a kék szín ismétlődik, akkor 12 különböző vonat lehet. A sárga és a piros szín ismétlődéséhez is tartozik 12-12 különböző vonat. Összesen 36 vonat lehet



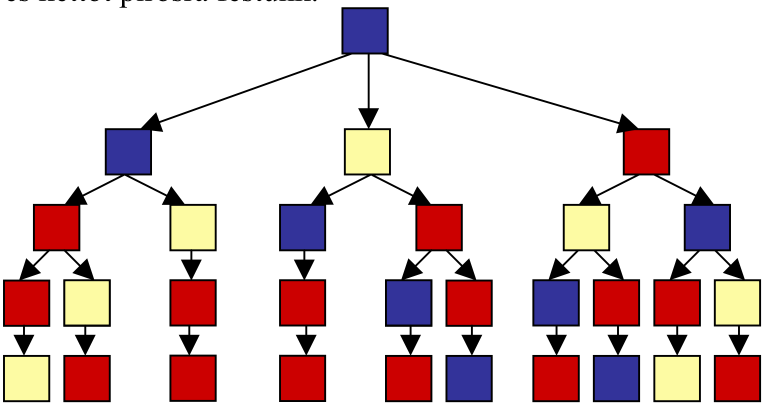
b) Ha egy szín ismétlődik a három közül, akkor 3 egyforma színű kocsi lesz. A nyíldiagramon a kéket választottuk, amely egyszerre 3 kocsi színe lesz.



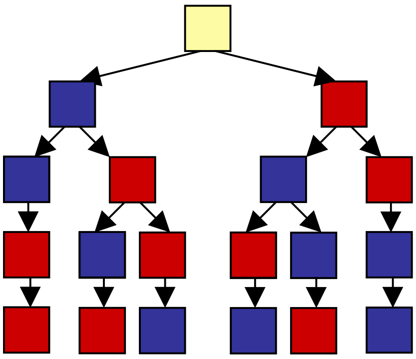


20 lehetőségem van a kocsik színezésére, ha a kék kocsiból hármat kapcsolok össze. A piros és a sárga szín is előfordulhat háromszor, így 60 kocsit tudunk festeni, ha három egyforma színű kocsi megengedett.

Ha a vonat 5 kocsiból áll, akkor ismétlődhet kétféle szín is. Az alábbi példán két kocsit kékre és kettőt pirosra festünk.



Ez 10 eset, további 10 vonat van, ha elöl áll az egyik piros színű kocsi.
Ha elöl sárga színű kocsi áll, akkor 6 vonat van.



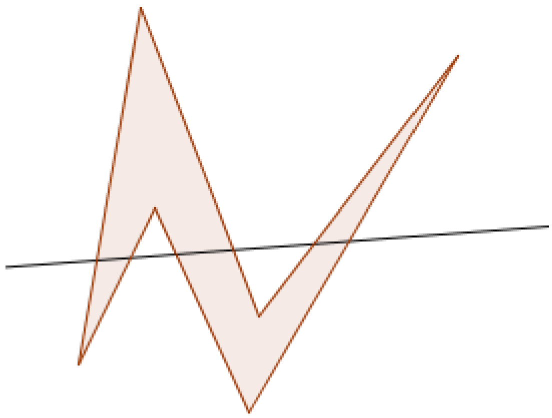
26 vonat van, ha két kék és két piros színű kocsit festek.
Ha másik két színt választunk, amelyek ismétlődnek, (2 kék és 2 sárga vagy 2 sárga és 2 piros), újabb 26-26 esetet kapunk.
Így: 26 ·3=78.
Összesen: 60+78=138.

216.o./22.

a) 1 lehetőség
b) 2 lehetőség
c) Összesen 6 lehetőség két színből: az előző két eseten kívül lehet 1 kék és 4 piros pálcikás ötszög, amit egyféleképpen rakhatunk ki. 3 piros és 2 kék pálcikából kétféleképpen lehet szabályos ötszöget kirakni.

216.o./23

a) Ha a hatszög konvex és az egyenes nem illeszkedik semelyik oldalra, akkor legfeljebb 2 pontban metszheti a hatszögvonalat.
Ha a hatszög konkáv: legfeljebb 6 pontban metszheti a hatszög oldalára nem illeszkedő egyenes a hatszög oldalát (az egyenes helyzetétől függően).



b) Mint a, esetben.

216.o./24.

6 ilyen időpont lesz még abban az évben:

5. hó 5-e, és 5 óra 55 perc.
6. hó 6-a, és 6 óra 6 perc
7. hó 7-e, és 7 óra 7 perc
8. hó 8-a, és 8 óra 8 perc
9. hó 9-e, és 9 óra 9 perc
11. hó 11-e, és 11 óra 11 perc.

216.o./25.

Az öreg indián a fiatal indián édesanyja.

216.o./26.

Sunyi Sanyának volt lehetősége a kutyák ellopására, mert 15 óra 7 perckor Alajos felszállt a buszra, ekkor Gerzson még fél négyig nem ért haza, és Malvin a boltban vásárolt valamikor háromnegyed 3 és fél öt között. Míg Malvin a boltban intézte a bevásárlást, fél négyig mindenki hallótávolságon kívül volt, tehát nem figyelhetett fel az ugatásra. Ekkor követhette el a lopást Sanya.