

1. Középpontos tükrözés, középpontos szimmetria

146/1

- a) 0; 3; 8; A;B;C; D; E;H; I; M; O; T; U; V; W; X; Y;Z
- b) 0; H; I; N; O; S; X; Z
- c) 0; O; H; I; X; Z

147/2

- a) kör dáma
- b) pikk jumbo; kör dáma.; káró 5
- c) kör dáma

147/3

egy szimmetriatengely : 1.; 4.; 5.

két szimmetriatengely : 2.; 3.

középpontosan szimmetrikus : 2.; 3.

1.EU; 2. Macedónia; 3. Jamaica; 4. Burundi; 5. Honduras

147/4

Ábra

Balról jobbra haladva s számozva az L betűket

O_1 -re nézve : 1 – 5

3 – 4

O_2 -re nézve : 3– 5

1 – 6

147/5

pl.: Suzuki, Renault

146/6

Ábra

$A'(0; -2)$ $B'(-3; 0)$ $C'(-1; -4)$ $D'(2; -5)$ $E'(-4; 3)$ $F'(1; 6)$

147/7

A ; szimm.középpont : a kör középpontja

C ;

D ; szimm.középpont: a téglalap átlóinak metszéspontja

Ábra

147. Rejtvény

Aladár vegyen el először 2 kavicsot, utána 27 darab marad, ami 3-mal osztható. Így ha Béla egyet vesz el, Aladár kettőt s ha Béla kettőt vesz el, Aladár egyet.

2. Középpontos tükrökép szerkesztése

152/1

1. Felvesszük az ABC háromszöget és az O pontot
2. Az AO szakaszt O ponton túl meghosszabbítjuk, és a meghosszabításra O-ból felmérjük az AO távolságot. Így megkapjuk az A'.
3. Az A' ponthoz hasonlóan megszerkesztjük a B' és a C' pontokat.
4. A kapott csúcspontokat összekötjük, Így megkapjuk az A'B'C' háromszöget.

Ábra

152/2

a; Hegyesszög

- 1) Felvesszük a hegyesszöget és a O pontot (a tükrözés középpontját)
- 2) A szög csúcsát jelöljük A-val, majd az O pontból OA körzőnyílással kijelöljük az A' pontot az O-t tartalmazó szögszáron
- 3) A másik szögszáron kijelölünk egy tetszőleges pontot, jelöljük B-vel, és kössük össze O-val
- 4) B pontot tükrözzük az O pontra (B')
- 5) Kössük össze az A' pontot a B'-vel

Ábra

b; c ugyanígy

152/3

A szerkesztés lépései:

- 1) Felvesszük az alfa szöget és az O pontot (a tükrözés középpontját)
- 2) Kijelölünk a szögszáron egy-egy pontot (A és B) és a szög csúcsát (C)
- 3) Az A, B és C pontokat tükrözzük az O pontra
- 4) A C' pontot összekötjük a A' és B' képpontokkal így megkapjuk az alfa szög képét

152/4

- a) Pirosból sárgát; tengelyes tükrözéssel
Pirosból zöldet; középpontos tükrözéssel
Pirosból kéket; tengelyes tükrözéssel
- b) Sárgából zöldet; tengelyes tükrözéssel
A két háromszög egybevágó.

152/5

Ábra

A középpontos tükrözés szimmetriaközéppontja az O.

A szerkesztés lépései:

- 1) Felvesszük a párhuzamos egyeneseket és az egyenlő hosszúságú szakaszokat $AB = CD$
- 2) Összekötjük az A és D, valamint a B és C pontokat. Az így kapott egyenesek metszéspontja a keresett O pont

152/6

Ábra

A szerkesztés lépései:

- 1) Vegyük fel a K középpontú 2 cm sugarú kört és az O pontot.
- 2) A K pontot kössük össze az O ponttal, majd a K ponttal ellentétes oldalon hosszabbítsuk meg a szakaszt, s a meghosszabbítására mérjük fel az OK távolságot (K')
- 3) Szerkesszük meg a K' középpontú 2cm sugarú kört

152/7

Ábra

- a) Mivel az átlók merőlegesen felezik egymást a négyzet pontjai helyet cserélnek

Ábra

- b) Ha a B pont a szimmetria középpont
- 1) Hosszabbítsuk meg az AB és a BC szakaszokat, majd a meghosszabbított egyenesekre tükrözzük az A és C pontokat (A'C')
- 2) Kössük össze a D pontot B-vel, majd a meghosszabbított egyenesre tükrözzük a D pontot.(D')
- 3) Kössük össze az A'B'C'D' pontokat

Ábra

- c) 1) Vegyük fel az ABCD négyzetet és az O pontot.
- 2)Tükrözzük A-t O-ra -> A'
- 3) Tükrözzük D-t O-ra -> D'
- 4) A szakaszfelezés miatt $B = C'$ és $C = B'$. Kössük össze A'B'C'D' pontokat

152/8

- a) $A'(-3; -2)$ $B'(-1; 0)$ $C'(-8; 4)$
- b) $A'(-7; -4)$ $B'(-5; -2)$ $C'(-12; 2)$
- c) $A'(-5; -12)$ $B'(-3; -10)$ $C'(-10; -6)$

152. Rejtvény

Eltérések a 2. képen:

- 1) A kosfejtől jobbra – balra lévő rózsaszín virág közepében a zöld-sárga köröknek sárga-zöldnek kellene lenniük
- 2) a kép alja lefelé mutató tenyerek-karok melletti rózsaszín virágról hiányzik a lila pötty.
- 3) A kép közepén lévő száj színezése fordított kellene hogy legyen.
- 4) A száj melletti sárga virág melletti piros „nyelvnek” kellene lennie.
- 5) Felette a piros nyelvnek kellene kéknek lennie
- 6) A száj alatti 2 kék alakzatban nem kellene a fekete pötty

3.Szögpárok, a háromszög belső szögeinek összege

155/1

- a) fordított szögek : pl. AGD szög és GDE szög ; BCD szög és HGF szög
egyállású szögek: pl. AGH szög és BDG szög ; GDE szög és HGF szög
- b) fordított : JIK szög és IKL szög ; MJK szög és MLI szög
egyállású : ---
- c) fordított : SNT szög és TQP szög ; POT szög és TRS szög
egyállású : PQT szög és OTN szög ; TQR szög és NTS szög

155/2

Ábra

- a, külső szögek : 90° ; 155° ; 115°
- b, 38° külső szöge 142°
 110° külső szöge 70°
 32° külső szöge 148°
- c, 77° külső szöge 103°
 26° külső szöge 154°

155/3

- $30^\circ + 60^\circ + 90^\circ$
- $45^\circ + 75^\circ + 60^\circ$
- $30^\circ + 30^\circ + 120^\circ$
- $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ$
- $45^\circ + 45^\circ + 90^\circ$
- $75^\circ + 75^\circ + 30^\circ$

155/4

a: igaz b: hamis c: hamis

Rejtvény

Három egyenest határozhatnak meg

4.Középpontosan szimmetrikus négyszög:

A paralelogramma

161/1

A háromszög szerkesztése

Ábra

- 1) Felvesszük az AB szakaszt
- 2) A csúcsokból 4 cm-es, B csúcsból 3 cm-es körzőnyílással egymást metsző köríveket rajzolunk (C csúcs)

3) Összekötjük ABC pontokat.

Tükrözés lépései

a) **Ábra**

- 1) Felvesszük az ABC háromszöget és az O pontot
- 2) Tükrözzük az ABC pontokat O-ra ($A' = B$; $B' = A$)
- 3) Összekötjük $A'C'B'$ pontokat

Paralelogrammát határoznak meg $AC'BC$ pontok, mert 2-2 szemközti oldala egyenlő hosszú.

$$K = (3 + 4) \cdot 2 = 14 [\text{cm}]$$

b) **Ábra**

- 1) Ugyan az, mint az a)

$$K = (2 + 4) \cdot 2 = 12 [\text{cm}]$$

c) **Ábra**

Ugyanaz mint az a)

$$K = (2 + 3) \cdot 2 = 10 [\text{cm}]$$

161/2

Ábra

- 1) Felvesszük az ABC háromszöget
- 2) Tükrözzük A és B pontokat C-re
- 3) Összekötjük $ABA'B'$ pontokat

A keletkezett négyszög paralelogramma, mert átlói felezik egymást

161/3

Ábra

- 1) Felvesszük az ABM pontokat
- 2) Tükrözzük A és B pontokat M-re (A' ; B')
- 3) Összekötjük $ABA'B'$ pontokat.

161/4

Ábra

- 1) Felvesszünk egy 6 cm-es AB szakaszt
- 2) A pontba 30° -os szöget szerkesztünk
- 3) A keletkezett szögcsúrra felmérünk 5 cm-t (D csúcs)
- 4) D csúcsból 6 cm-es és B csúcsból 5 cm-es körzőnyílással egymást metsző köríveket rajzolunk (C csúcs)
- 5) Összekötjük ABCD csúcsokat
(AB szakasz lehet 5 cm-es is $\rightarrow AD = 6 \text{ cm}$)

161/5

Ábra

- 1) Felveszem a 6 cm-es átlót (AC)
- 2) Megfelezem AC szakaszt
- 3) A felezési pontba 30° -os szöget veszek fel

- 4) A szögszárat meghosszabítom, majd a felezési pontból 2.5 cm-t felmérek mindkét irányba (B; D)
- 5) Összekötöm ABCD pontokat

161/6

- a) igaz
- b) hamis
- c) igaz
- d) igaz
- e) hamis
- f) igaz

161/ 7

- a) igaz
- b) hamis
- c) igaz
- d) igaz
- e) igaz
- f) igaz

161/8

A paralelogramma akkor téglalap.

161/9

A paralelogramma akkor rombusz

161.Rejtvény

Nincs

A trapéz

165/1

Ábra

165/2

- A) hamis
- B) hamis
- C) igaz
- D) igaz
- E) igaz
- F) hamis

165/3

- a) **Ábra** Van 112° -os és 137° -os belső szöge.
- b) **Ábra** Belső szögei: 70° , 45° , 110° , 135°
- c) **Ábra** Belső szögei: 102° , 143° , 37°
- d) **Ábra**
AD = BC , tehát húrtrapéz
A szög = 85°
B szög = 85°
C szög = 95°
D szög = 95°
- e) **Ábra** Belső szögei: 65° , 45° , 115° , 135°

165/4

- a) **Ábra**
- 1)Felveszem az 'a' oldalt(AB).
 - 2)Az a oldal A csúcsába 60° -os szöget szerkesztek.
 - 3) A szögszárat elmetszem B csúcsból kiinduló e sugarú körívvel (D csúcs)
 - 4) β szöget ($180^\circ - \alpha$) átmásolom az AD szakasz D pontjába -> így megkapom a c oldal egyenesét. Erre az egyenesre felmérem a c szakasz hosszát (C csúcsot megkapom).
 - 5) Összekötöm az ABCD csúcsokat.
- b) **Ábra** Az adatokból nem szerkeszthető trapéz, mert az afa szögszárnak és e-nek nincs közös pontja.
- c)**Ábra**
Szerkesztés lépései : ugyanaz mint az a) pont

165/5

pl.: **Ábra**

165.Rejtvény **Ábra**

Minden sorban a narancs színű síkidomokat „összeadva” egy négyzetet kapunk. E szerint kell a 3. és a 4. sort kiegészíteni.

169/1

- a) pl.: **Ábra**
- b) $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ $K_{\text{paralelogramma}} = 20 \text{ cm}$
4 db kerületének összege : $4 \cdot [(2 + 3) \cdot 2] = 40 \text{ [cm]}$

169/2

Ábra

Téglalapot alkotnak.

169/3

Ábra

Minden esetben háromszöget kapunk azért, mert az eredeti háromszög csúcsai az új háromszög oldalfelező pontjai.

169/4

- a) Középvonalak : 2cm; 4cm; 4.5 cm
- b) Középvonalak : 2.5 cm; 3.25 cm; 5 cm
- c) Középvonalak : 5.5 cm; 3cm; 6.5 cm

169/5

Igen , megrajzolható.

Ábra

- a) $5\text{ cm} + 6\text{ cm} + 7\text{ cm} + 2.5\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3.5\text{ cm} = 27\text{ cm}$
- b) $11.8\text{ cm} + 13.2\text{ cm} + 17\text{ cm} + 5.9\text{ cm} + 6.6\text{ cm} + 8.5\text{ cm} = 63\text{ cm}$

170/6

$K = 18\text{ cm}$

170/7

$a = 4\text{ cm}; b = 4\text{ cm}; c = 6\text{ cm}$

a) Ábra

- 1) Felveszem az $AB = 6\text{ cm}$ hosszúságú szakaszt
 - 2) Az A és B csúcsokból 4 cm-es sugárral egymást metsző köríveket rajzolunk (C csúcs)
 - 3) Összekötjük ABC csúcsokat
- b) $a = 4\text{ cm}; b = 6\text{ cm}; c = 8\text{ cm}$

Szerkesztés lépései:

Ábra

- 1) Felvesszük a c oldalt (AB csúcs)
 - 2) A csúcsból 6 cm-es, B csúcsból 4 cm-es körzőnyílással egymást metsző köríveket rajzolunk (C csúcs)
 - 3) Összekötjük ABC csúcsokat
- c) $a = 4\text{ cm}; b = 6\text{ cm}; c = 10\text{ cm}$

Szerkesztés lépései:

Ábra

Ezekből az adatokból nem szerkeszthető háromszög.

170/8

Vázlat: **Ábra**

- 1) Felveszem az $F_1 F_2$ 2 cm hosszúságú szakaszt.
- 2) A szakasz F_1 pontjába 60° szöget veszek fel.
- 3) Az egyik keletkezett szögcsúcsra felmérek 3 cm-t így megkapom az F_3 .
- 4) F_1 pontból $F_2 F_3$ szakasz hosszúságával köríveket rajzolok.
- 5) F_2 pontból 3 cm-es sugárral köríveket rajzolok (A csúcs).
- 6) F_3 pontból 2 cm-es sugárral köríveket rajzolok (B csúcs).
- 7) ABC csúcsokat összekötöm.

170/9

A háromszög 2 oldala 4 cm és 10 cm. A harmadik oldal lehet: 7 cm ; 8 cm ; 9 cm ; 10 cm; 11 cm ; 12 cm ; 13 cm

170/10

A trapéz „kerületét” járja be, azaz 1980m-t tesz meg.

170/11

Az alapok 4 cm és 10 cm.

170/12

Nóráé: bontsuk fel a trapézt két háromszögre s a háromszögek középvonalára vonatkozó összefüggést alkalmazzuk.

Dávidé: például a trapézt tükrözzük egyik szárának felezőpontjára, így a trapéz és tükörképe, egy paralelogrammát alkot.

170. Rejtvény**Ábra**

A 9 gyufaszázból alakítsunk ki egy háromszöget középvonalaival együtt.

7. Vegyes feladatok**171/1**

- a) hamis
- b) hamis
- c) igaz
- d) igaz
- e) igaz
- f) hamis
- g) igaz

171/2

- a) **Ábra**

Szerkesztés lépései: Kössük össze A pontot A'-vel, majd az így kapott szakaszt felezzük el. A felezési pont lesz a tükrözés középpontja (O pont).

A háromszög tükrözése:

- 1) Kössük össze B pontot O -val, majd mérjük fel a OB szakasz hosszát az egyenesre (B')
 - 2) Ismételjük meg az eljárást C ponttal is (C')
- b) c) lásd a feladat

171/3

C pont: (2;-1)

D pont (1;-3)

171/4

D pont (2;-2)

171/5

- a) igaz
- b) hamis
- c) igaz
- d) igaz

171/6

A három pont alkotta háromszöget, az eredeti háromszög középvonalai alkotják.

Ábra

Szerkesztés:

Adott: $F_1 F_2 F_3$

Párhuzamos egyeneseket kell szerkeszteni

- ◆ $F_1 F_2$ szakasszal F_3 ponton keresztül
- ◆ $F_1 F_3$ szakasszal F_2 ponton keresztül
- ◆ $F_2 F_3$ szakasszal F_1 ponton keresztül

Az egyenesek metszéspontjai lesznek a háromszög ABC csúcsai.

171/7

- a) igaz, mert ABC háromszög középvonala EF szakasz
- b) igaz, mert ACD háromszög középvonala HG szakasz
- c) igaz, mert ABD háromszög középvonala HE szakasz
- d) igaz, mert BCD háromszög középvonala FG szakasz

171/8

A négyszög paralelogramma, mert szemközti oldalai párhuzamosak és egyenlő hosszúságúak.

$HG \parallel EF \parallel AC$

$HE \parallel DB \parallel GF$

lásd 7. feladat

171/9

- a) Átlói egyenlő hosszúak, mert az oldalfelező pontok által meghatározott négyszög minden oldala egyenlő hosszúságú (lehet szimmetrikus trapéz, téglalap, négyzet).
- b) Átlói merőlegesek egymásra, mert az oldalfelező pontok által meghatározott négyszög minden szöge egyenlő (lehet deltoid, rombusz, négyzet).
- c) Átlói merőlegesek egymásra és egyenlő hosszúak (a, és b, eset együtt, négyzet lehet csak).

172/10

Igaz, mert a felezőpontok által meghatározott négyszög paralelogramma.

172/11

a, $\alpha = 60^\circ$ $\beta = 120^\circ$

b, a:e = 1:1

172/12

A szabályos háromszög minden oldala 2a hosszúságú.

Szerkesztés lépései:

- 1) Vegyünk fel egy 2a hosszúságú szakaszt (AB szakasz)
- 2) A és B pontból 2a hosszúságú sugárral, egymást metsző köríveket rajzolunk (C pont)
- 3) Összekötjük ABC pontokat

Ábra

172/13

$$AB = EJ = DC$$

$$AB = 2EH + 2IJ = EH + EH + IJ + IJ$$

$$EJ = EH + HI + IJ$$

A két utolsó egyenletből: $EH + EH + IJ + IJ = EH + HI + IJ$

$$EH + IJ = HI$$

172/14

Ábra

45° és 135°

172/15

Kettő körhinta

Ábra

172/16

Az északi irány van lefelé a déli pedig felfelé. A keleti és a nyugati irány is helyet cserélt.

->Az eredeti térkép középpontos tükörképe

A sárgára színezett országok: USA, Brazília, Ausztrália, India, Mongólia, UK, Svédország, Magyarország, Algéria, Zaire